



Det skal ikke skrives på dette oppgavesettet. Oppgavesettet leveres inn etter prøven.

TMA4115 MATEMATIKK 3
Eksempel på midtsemesterprøve
Tid: 90 minutter

Oppgave 1 Hva blir $z = 2 \frac{i - \sqrt{3}}{i + \sqrt{3}}$ på polar form?

A: $2e^{\frac{\pi}{3}i}$ **B:** $\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{3}i}$ **C:** $2e^{\frac{2\pi}{3}i}$ **D:** $\sqrt{2}e^{\frac{2\pi}{3}i}$

Oppgave 2 To av løsningene til ligningen $z^3 = -8i$ har sum

A: $2i$ **B:** $2\sqrt{3}$ **C:** $-2\sqrt{3}$ **D:** $-2i$

Oppgave 3 Mengden av komplekse tall z slik at $z^2 + \bar{z}^2 = 2$ er

A: Bare ± 1 **B:** En sirkel med radius $\sqrt{2}$ **C:** En hyperbel **D:** En sirkel med radius 2

Oppgave 4 Det komplekse tallet $\frac{(1+i)^9}{(1-i)^7}$ er lik

A: $2i$ **B:** $-2i$ **C:** $1+i$ **D:** -2 **E:** 2

Oppgave 5 Gitt initialverdi problemet $y' - y^2 = x, y(1) = 0$. Tilnærm $y(1,2)$ ved hjelp av Eulers metode med skritt lengde $h = 0,1$. Hva blir svaret?

A: 0,201 **B:** 0,210 **C:** 0,211

Oppgave 6 Løsningen $y = y(x)$ av initialverdi problemet $y' + 2xy = e^{-x^2} \cos x, y(0) = 0$, er slik at $\lim_{x \rightarrow \infty} y(x)$

A: Er lik 0 **B:** Er lik 2π **C:** Ikke eksisterer

Oppgave 7 Må en løsning av $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$. (p, q er kontinuerlige funksjoner på et åpent intervall I) som tangerer x -aksen i $x_0 \in I$ være identisk lik 0 på I ?

A: Ja **B:** Nei **C:** Umulig å avgjøre

Oppgave 8 Differensialligningen $y'' + \pi^2 y + y = 2\pi y'$ har generell løsning.

A: $y = c_1 e^{\pi x} + c_2 e^{-\pi x}$ **B:** $y = c_1 e^{\pi x} + c_2 x e^{\pi x}$ **C:** $y = c_1 e^{\pi x} \cos x + c_2 e^{\pi x} \sin x$

Oppgave 9 La y_1 og y_2 være to løsninger av $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$ der p og q er kontinuerlige i et åpent intervall I . Påstanden

“Hvis $y_1(x_0) = y_2(x_0) = 0$ for en $x_0 \in I$, da er y_1 og y_2 proporsjonale i I ”

A: Er sann **B:** Er gal **C:** Er sann bare hvis også $y_1'(x_0) = y_2'(x_0)$

Oppgave 10 En partikulær løsning av differensialligningen $y'' + 3y' - 10y = 3 - 10x^2 + 7e^{2x}$, har formen

A: $A + Bx^2 + Ce^{2x}$ **B:** $A + Bx + Cx^2 + De^{2x}$
C: $A + Bx + Cx^2 + Dxe^{2x}$ **D:** $A + Bx^2 + Cxe^{2x}$

Oppgave 11 Differensialligningen $y'' + y = 2 \cos x$ har en partikulær løsning på formen

A: $A \cos x$ **B:** $A \cos x + B \sin x$ **C:** $Ax \sin x$

Oppgave 12 Differensialligningen $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}$, $x > 0$, har partikulærløsning

A: $xe^x \ln x$ **B:** $e^x \ln x$ **C:** $-xe^x \ln x$

Oppgave 13 Bevegelsesligningen for en partikkel med masse $m > 0$ som beveger seg langs y -aksen er gitt ved $my'' + 2y' + y = 0$. For hvilke m vil bevegelsen være en svingebevegelse?

A: $m > 1$ **B:** $m = 1$ **C:** $m < 1$

Oppgave 14 Hvor mange løsninger har ligningsystemet

$$\begin{aligned}y + 3z &= 0 \\3x + 7y + 6z &= 0 \\x + 3y + 4z &= 0\end{aligned}$$

A: Ingen **B:** Nøyaktig 1 **C:** Nøyaktig 2 **D:** Uendelig mange

Oppgave 15 Hva er redusert echelonform av 4×4 -matrisen

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -4 & -2 \\ 3 & -1 & 0 & 7 \\ 1 & -2 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A:} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B:} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C:} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{D:} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$