Oppsummering Kap 4.

4.1. Abstrakte vektorrom:

Omfatter

i) $\mathbb{R}^n$

ii) $\mathcal{F}(S)$ = alle funksjoner $f: S \to \mathbb{R}$

og underrom av disse

Def av underrom s. 167.

4.2+3 Lineære kombinasjoner og lineær uavhengighet, basis

Gitt en mengde $S = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots \vec{v}_k\} \subset V$.

i) $\text{span}\, S = \{c_1\vec{v}_1 + c_2\vec{v}_2 + \dots + c_k\vec{v}_k \mid c_i \in \mathbb{R}\}$

ii) S er lineært uavhengig hvis ingen $\vec{v}_i$ er en lineær kombinasjon av de øvrige

S er en basis for V hvis $\text{span}\, S = V$ og ii) holder. Da kan hver vektor skrives entydig som

$$\vec{v} = c_1\vec{v}_1 + c_2\vec{v}_2 + \dots + c_k\vec{v}_k$$

Teorem 2 s183 : Dimensjon
Teorem 3 s184

$$\text{Null } A = \{\vec{x} \mid A\vec{x} = \vec{0}\}$$

s186: Algoritme for å finne basis for Null A.

dim Null A = antall frihetsgrader

4.4 Kolonnerom og radrom

Anta
$$A = \begin{pmatrix} \vec{r_1} \\ \vec{r_2} \\ \vdots \\ \vec{r_m} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{c_1} & \vec{c_2} & \cdots & \vec{c_n} \end{bmatrix}$$

og at R er (redusert) trappeform.

Def: $\text{Row } A = \text{span}\{\vec{r_1}, \dots \vec{r_m}\}$
$\text{Col } A = \text{span}\{\vec{c_1}, \dots \vec{c_n}\}$

Teorem 1+2 (s190) Row A = Row R og vi får en basis ved å ta radene i R som ~~er~~ $\neq \vec{0}$.

Algoritme 2 (s193) dim col A = dim col R.
Hvis søylene 1, 3, 10 er en basis for col R, er søylene 1, 3, 10 i A en basis for col A.

Teorem 3++ (s 194)

dim Row A = dim col A, kalles rank A

Er lik antall ledende 1-tall i R.

Så rank A + dim Null A

= antall søyler i A

Ikke-homogene likninger : s 195-196.