

Fra Kreyszig (9. utgave) avsnitt 13.1

- 2** (Rotasjon) Multiplikasjon med i er geometrisk en rotasjon $\pi/2$ (90°) mot utviseren. Verifiser dette for $z = 2 + 2i$, $z = -1 - 5i$ og $z = 4 - 3i$ ved å tegne inn z , iz og vinkelen mellom dem i det komplekse plan.
- 4** (Multiplikasjon) Hvis produktet av to komplekse tall er null, vis at minst en av faktorene må være null.
- 5** Vis at $z = x + iy$ er et rent imaginært tall hvis og bare hvis $\bar{z} = -z$.

KOMPLEKS ARITMETIKK La $z_1 = 2 + 3i$ og $z_2 = 4 - 5i$. Finn på formen $x + iy$ (vis utregningene):

7 $(5z_1 + 3z_2)^2$

8 $\overline{z_1 z_2}$

Fra Kreyszig (9. utgave) avsnitt 13.2

POLAR FORM Finn polarformen og vis resultatet på en figur. (Vis utregningene).

7 $\frac{-6 + 5i}{3i}$

8 $\frac{2 + 3i}{5 + 4i}$

HOVEDARGUMENT Bestem hovedverdien (principal value) til argumentet.

9 $-1 - i$

12 $-\pi^2$

15 $(9 + 9i)^3$

OMFORMING TIL $x + iy$ Representer på formen $x + iy$ og vis resultatet på en figur.

20 $12(\cos \frac{3}{2}\pi + i \sin \frac{3}{2}\pi)$

RØTTER Finn og tegn inn alle røttene i det komplekse plan.

23 $\sqrt[4]{-1}$

33 (Parallelogramlikheten) Vis likheten og forklar navnet:

$$|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2).$$

Eksamensoppgave

(TMA4115 juni 2008)

- 1** Skriv det komplekse tallet $w = -8 + 8i\sqrt{3}$ på polarform, og bestem de fire fjerderøttene til w . Skriv fjerderøttene på formen $a + ib$ med eksakte verdier for a og b , og vis på en figur hvor de ligger i det komplekse plan.

Fasit**Kreyszig 13.1**

5. $x - iy = -(x + iy), x = 0$

7. 484

Kreyszig 13.2

7. $\frac{1}{3}\sqrt{61} \left(\cos \arctan \frac{6}{5} + i \sin \arctan \frac{6}{5} \right)$

9. $-3\pi/4$

15. $3\pi/4$

23. $\frac{\pm(1\pm i)}{\sqrt{2}}$