

Fra Kreyszig (9. utgave) avsnitt 2.1

GENERELL LØSNING. INITIALVERDIPROBLEM. Verifiser ved substitusjon at de gitte funksjonene danner en basis for løsningen. Løs initialverdiproblemet (vis detaljene).

3 $y'' + 2y' + 2y = 0$, $e^{-x} \cos x$, $e^{-x} \sin x$,
 $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$

5 $x^2 y'' + xy' - 4y = 0$, x^2 , x^{-2} , $y(1) = 11$,
 $y'(1) = -6$

LINEÆR UAVHENGIGHET OG AVHENGIGHET. Er de følgende funksjonene lineært uavhengige på det gitte intervallet?

13 $5 \sin(x) \cos(x)$, $3 \sin(2x)$ ($x > 0$)

REDUKSJON AV ORDEN. Reduser følgende ligninger til første orden og løs (vis alle stegene).

17 $y'' = ky'$

20 $xy'' + 2y' + xy = 0$, $y_1 = x^{-1} \cos x$

Fra Kreyszig (9. utgave) avsnitt 2.2

GENERELL LØSNING. Finn en generell løsning. Sjekk svaret ved substitusjon.

5 $100y'' + 20y' - 99y = 0$

FINN ODE. Finn tall a og b slik at den gitte basisen løser $y'' + ay' + by = 0$

18 1 , e^{-3x}

INITIALVERDIPROBLEM. Løs initialverdiproblemet. Sjekk at svaret ditt tilfredstiller både differensialligningen (ODE) og initialverdiene.

23 $y'' + 4y' + 5y = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = -5$

Flervalgsoppgaver

1 Hva er imaginærdelen til $(1 - i)^{10}$?

A: 0

B: 32

C: -32

D: $-32i$

2 Hva er $y(0)$ til løsningen på initialverdiproblemet

$$y'' - 6y' + 9y = 0, \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = 0?$$

A: e^3

B: $4e^2$

C: 1

D: $4e^{-3}$

Eksamensoppgave

(TMA4115 desember 2009)

- 1 Finn alle løsninger til ligningen

$$z^5 = \frac{16(2\sqrt{3} - 1 - i(2 + \sqrt{3}))}{2 - i},$$

og tegn løsningene i det komplekse plan.

Ekstraoppgave

La $z = x + iy$ ha polarformen $r(\cos(\theta) + i\sin(\theta))$. Vis at at $\tan(\theta) = \frac{y}{x}$. Finn et annet komplekstall $w = u + iv$ slik at $\tan(\theta) = \frac{v}{u}$ (anta at $z \neq 0$). Forklar hvorfor $\tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$ ikke er nok for å finne θ . Hva mer må vi vite for å finne θ fra x og y ?

Fasit**Kreyszig 2.1**

5. $y(x) = 4x^2 + 7x^{-2}$
13. Ikke lineært uavhengige
17. $y(x) = A + Be^{kx}$

Kreyszig 2.2

5. $y(x) = Ae^{-\frac{11}{10}x} + Be^{\frac{9}{10}x}$
23. $y(x) = e^{-2x}(2\cos(x) - \sin(x))$