

Fra Kreyszig (9. utgave) avsnitt 2.4

BEVEGELSE UTEN DEMPNING (HARMONISKE SVINGNINGER)

- 1 (Initialverdiproblem) Finn den harmoniske bevegelsen $y(t) = A \cos \omega_0 t + B \sin \omega_0 t$ som starter fra y_0 med starthastighet v_0 . Skisser løsningene for $\omega_0 = \pi$, $y_0 = 1$ og forskjellige v_0 i samme kordinatsystem. For hvilke t -verdier skjærer alle disse kurvene hverandre? Hvorfor?
- 6 (Arkimedes' lov) Når vi senker et legeme ned i vann, får det en oppdrift som er lik tyngden av den fortrenkte vannmengden ifølge Arkimedes' lov. Den sylindriske bøyen med diameter 60 cm i figur 42 flyter i vann slik at aksens er vertikal. Når den presses nedover og slippes, settes den i vertikale svingninger med periode 2 sekunder. Hva er bøyens masse?

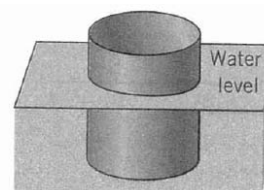


Fig. 42. Buoy (Problem 6)

DEMPET BEVEGELSE

- 14 (Dempningskonstanten) Betrakt en underdempet bevegelse for et legeme med masse $m = 2$ kg. Anta at tiden mellom to påfølgende maksima er 2 s, og at maksimumsamplituden minker til $\frac{1}{4}$ av sin første verdi etter 15 svingninger. Bestem dempningskonstanten til systemet.

Fra Kreyszig (9. utgave) avsnitt 2.5

GENERELL LØSNING Finn en reell generell løsning. Vis detaljene

1 $x^2 y'' - 6y = 0$

INITIALVERDIPROBLEM Løs og skisser grafen til løsningen. Vis utregningene.

11 $x^2 y'' - 4xy' + 6y = 0, y(1) = 1, y'(1) = 0$

Fra Kreyszig (9. utgave) avsnitt 2.6

LØSNINGSBASISER. TILSVARENDE LIGNINGER. WRONSKIDETERMINANTER

Finn en differensialligning $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$ som har de gitte funksjonene som løsninger.

Vis lineær uavhengighet (a) ved å betrakte kvotienter, (b) ved Teorem 2.

3 e^{kx}, xe^{kx}

8 e^{-2x}, xe^{-2x}

13 $e^{-x} \cos(0.8x), e^{-x} \sin(0.8x)$

Eksamensoppgaver (TMA4115 Høsten 2010)

- 2 a) Bevegelsen til et mekanisk system er gitt ved differensialligningen

$$y'' + 6y' + 18y = 0.$$

Bestem om bevegelsen er underdempet, overdempet eller om det er kritisk demping. Finn en partikulærløsning $y(t)$ som oppfyller initialbetingelse $y(0) = 0, y'(0) = 0.6$.

- 3 a) Finn en generell løsning til ligningen

$$y'' - \frac{4}{x}y' + \frac{6}{x^2}y = 0, \quad x > 0.$$

Fasit**Kreyszig 2.4**

1. $y(x) = y_0 \cos(\omega_0 t) + \frac{v_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 t)$. Skjærer i heltallige t .

Kreyszig 2.5

1. $y(x) = c_1 x^3 + c_2 x^{-2}$
11. $y(x) = 3x^2 - 2x^3$

Kreyszig 2.6

3. $y'' - 2ky' + k^2y = 0$, $W = e^{2kx}$.
13. $y'' + 2y' + 1.64y = 0$, $W = 0.8e^{-2x}$.