Fra Edwards & Penney, avsnitt 2.2

9 Bruk kofaktorutvikling til å beregne determinanten. Bruk den rad eller kolonne som gir minst regnearbeid.

$$\begin{vmatrix} 4 & 0 & 6 \\ 5 & 0 & 8 \\ 7 & -4 & -9 \end{vmatrix}$$

35 Vis ved direkte utregning, for Vandermonde-determinanten (som er definert øverst på s 90 i E &P), at $V(a,b) = b - a$ og

$$V(a,b,c) = \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b).$$

Fra Edwards & Penney, avsnitt 2.3

Bruk eliminasjonsmetoden som beskrevet i eksempel 1 på side 92 i E& P til å evaluere determinanten

5 $\begin{vmatrix} 3 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ -3 & 2 & 4 \end{vmatrix}$.

26 En kvadratisk matrise A sies å være *ortogonal* dersom $A^T = A^{-1}$. Vis at da er $|A| = 1$ eller $|A| = -1$.

27 Matrisene A og B sies å være similære hvis $A = P^{-1}BP$ for en inverterbar matrise P. Vis at hvis A og B er similære, så er $\det A = \det B$.

Fra Edwards & Penney, avsnitt 2.4

22 La A være en $n \times n$-matrise der alle elementene er heltall og $\det A = 1$.

a) Vis at alle elementene i A^{-1} er heltall.

b) Anta at $\mathbf{b}$ er en n-vektor med bare heltallige elementer. Vis at løsningsvektoren $\mathbf{x}$ til $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ bare har heltallige elementer.

23 Den kvadratiske matrisen A sies å være symmetrisk hvis $A^T = A$. Vis at den inverse til en ikkesingulær symmetrisk matrise også er symmetrisk.

Eksamensoppgaver (`http://www.math.ntnu.no/emner/TMA4115/2010v/eksamen/xoppg.pdf`)

A-2 **a)** Finn alle komplekse tall z slik at

$$z^3 = -1 + i,$$

og vis på en figur hvor de ligger i det komplekse plan.

b La w være den løsningen i a) som ligger i andre kvadrant. Finn et positivt heltall n slik at w^n er reelt.

A-49 La den reelle matrisen $n \times n$ matrisen A ha egenskapen

$$A^2 = A.$$

Vis at determinanten til A er lik 0 eller 1. Vis at hvis $\det(A) = 1$ så er $A = I$. Er A nødvendigvis nullmatrisen, dersom $\det(A) = 0$? Begrunn svaret.

(Fra konteeksamen 2008)

3 For hvilke verdier av a er matrisen

$$\begin{bmatrix} a & 4 & 0 \\ 4 & a & 3 \\ 0 & 3 & a \end{bmatrix}$$

inverterbar?

Fasit

EP 2.2

9. 8

EP 2.3

5. -6

27. $|A| = |P^{-1}BP| = |P^{-1}||B||P| = (1/|P|)|B||P| = |B|$.