TMA4115 Matematikk 3
våren 2011

Øving 8 — veiledning uke 10

Fra Edwards & Penney, avsnitt 4.1

I de følgende oppgavene, er en undermengde W av $\mathbb{R}^n$ definert ved hjelp av restriksjoner på en typisk vektor $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$. Bruk teorem 1 på side 167 i E&P til å undersøke om W danner et underrom av $\mathbb{R}^n$.

2 W er mengden av alle vektorer i $\mathbb{R}^3$, slik at $x_1 = 5x_2$.

8 W er mengden av alle vektorer i $\mathbb{R}^2$ slik at $x_1^2 + x_2^2 = 0$.

12 W er mengden av alle vektorer i $\mathbb{R}^4$, slik at $x_1 x_2 = x_3 x_4$.

Bruk samme metode som i eksempel 5 på side 170 i E&P til å finne to løsningsvektorer **u** og **v**, slik at løsningsrommet er mengden av alle lineærkombinasjoner på formen $s\mathbf{u} + t\mathbf{v}$.

18

$$\begin{aligned} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 - x_5 &= 0 \\ 2x_1 + 7x_2 + 4x_3 + 11x_4 + 2x_5 &= 0 \\ 2x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 12x_4 - 7x_5 &= 0 \end{aligned}$$

Reduser det gitte systemet til echelon-form for å finne en enkel løsning **u**, slik at løsningsrommet er mengden av alle skalarmultiplum av **u**.

20

$$\begin{aligned} x_1 + 5x_2 + x_3 - 8x_4 &= 0 \\ 2x_1 + 5x_2 \qquad - 5x_4 &= 0 \\ 2x_1 + 7x_2 + x_3 - 9x_4 &= 0 \end{aligned}$$

27 La **u** og **v** være (faste) vektorer i vektorrommet V. Vis at mengden W av alle lineærkombinasjoner $a\mathbf{u} + b\mathbf{v}$ av **u** og **v** danner et underrom av V.

Flervalgsoppgaver

1 Gitt $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ og $AB = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$, regn ut B.

A: $\begin{bmatrix} -11 & -5 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ **B:** $\begin{bmatrix} 5 & 3 & 1 \\ -16 & -10 & -4 \end{bmatrix}$ **C:** $\begin{bmatrix} 5 & -17 & 0 \\ 4 & -14 & 0 \end{bmatrix}$ **D:** $\begin{bmatrix} -16 & -5 & 1 \\ 5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

2 For hvilke verdier av k er matrisen

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & k & 4 \\ k & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

ikke inverterbar?

A: $k = 2$ **B:** $-1 \leq k \leq 2$ **C:** $k = -1$ **D:** $k = 2$ og $k = -1$

Eksamensoppgaver

(Fra konteeksamen 2009)

4 **a)** La a og b være reelle tall, la A være matrisen

$$A = \begin{bmatrix} a & 0 & 1 & 0 \\ 0 & a & 0 & 1 \\ 1 & 0 & b & 0 \\ 0 & 1 & 0 & b \end{bmatrix},$$

og la

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Bestem for hvilker verdier av a og b systemet $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ har uendelig mange løsningen, og angi da løsningsmengden til systemet på parameterform.

(Fra eksamen høsten 2010)

4 La

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Vis at A er invertibel og finn A^{-1}

Fasit

EP 4.1

2. W danner et underrom av $\mathbb{R}^3$

12. W danner ikke et underrom av $\mathbb{R}^4$.

20. $\mathbf{u} = (-5, 3, -2, 1)$.