

### Fra Edwards & Penney, avsnitt 5.2

Finn punktet  $\mathbf{p}$  på linjen utspent av  $\mathbf{a}$  som er nærmest  $\mathbf{b}$ .

$$\boxed{2} \quad \mathbf{a} = (1, 2, 3), \mathbf{b} = (7, 7, 7).$$

Finn minste kvadraters løsningen  $\bar{\mathbf{x}}$  av det gitte lineære systemet  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ . Finn også den ortogonale projeksjonen  $\mathbf{p}$  av  $\mathbf{b}$  på  $\text{Col}(A)$ .

$$\boxed{16} \quad \begin{aligned} x_1 - x_2 + x_3 &= 5 \\ x_3 &= 0 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 &= 15 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 &= 10. \end{aligned}$$

La  $V$  være løsningsrommet av den gitte ligningen. Finn først en basis for  $V$ , og finn deretter den ortogonale projeksjonen  $\mathbf{p}$  av  $\mathbf{b}$  på  $V$ .

$$\boxed{20} \quad \begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 &= 0; \\ \mathbf{b} &= (13, 13, 13, 13) \end{aligned}$$

Tre innbyrdes ortogonale vektorer  $\mathbf{a}_1$ ,  $\mathbf{a}_2$  og  $\mathbf{a}_3$  i  $\mathbb{R}^4$  er gitt. Brukt formelen fra oppgave 27 til å finne ortogonalprojeksjonen  $\mathbf{p}$  av  $\mathbf{b}$  på underrommet i  $\mathbb{R}^4$  utspent av  $\mathbf{a}_1$ ,  $\mathbf{a}_2$ ,  $\mathbf{a}_3$ .

$$\boxed{28} \quad \begin{aligned} \mathbf{a}_1 &= (1, 1, 1, 1), \mathbf{a}_2 = (1, -1, 1, -1), \\ \mathbf{a}_3 &= (1, 1, -1, -1), \mathbf{b} = (2, 4, 8, -6) \end{aligned}$$

### Fra Edwards & Penney, avsnitt 5.4

En basis  $\{\mathbf{v}_i\}$  for et underrom  $V$  i  $\mathbb{R}^n$  er gitt. Bruk Gram-Schmidt-algoritmen til å transformere den gitte basisen til en innbyrdes ortogonal basis  $\{\mathbf{u}_i\}$  for  $V$ . Hvis en vektor  $\mathbf{b}$  er gitt, bruk den ortogonale basisen for å finne en ortogonal projeksjon  $\mathbf{p}$  av  $\mathbf{b}$  på  $V$ .

$$\boxed{6} \quad \begin{aligned} \mathbf{v}_1 &= (2, -1, 1, 0), \mathbf{v}_2 = (3, 1, 0, 1); \\ \mathbf{b} &= (0, 0, 0, 41) \end{aligned} \quad \boxed{12} \quad \begin{aligned} \mathbf{v}_1 &= (1, 1, 0, 0), \mathbf{v}_2 = (2, 0, 1, 0) \\ \mathbf{v}_3 &= (3, 1, 0, 1), \mathbf{b} = (0, 10, 0, 10) \end{aligned}$$

### Flervalgsoppgaver

$$\boxed{2} \quad \text{Hvor mange løsninger } (z \neq 0) \text{ har ligningen } z - \bar{z} = z^2?$$

A: ingen

B: 1

C: 2

D: mer enn 2

### Eksamensoppgaver

(Fra eksamen våren 2010)

- 6 Finn en basis for hvert av rommene  $\text{Null}(A)$ ,  $\text{Col}(A)$ ,  $\text{Col}(A)^\perp$  og  $\text{Row}(A)$  til matrisen

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 6 & 1 & 0 & 2 & -1 \\ 4 & 8 & 2 & -2 & 0 & -4 \end{bmatrix}.$$

Finn den ortogonal projeksjonen av  $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  på  $\text{Col}(A)$ .

### Fasit

#### EP 5.2

16.  $\bar{\mathbf{x}} = (\frac{25}{6}, \frac{1}{2}, -\frac{2}{3})$ ,  $\mathbf{p} = (3, -\frac{2}{3}, \frac{40}{3}, \frac{34}{3})$

28.  $\mathbf{p} = (6, 0, 4, -2)$

#### EP 5.4

12.  $\mathbf{p} = (3, 7, -6, 4)$

#### Flervalgsoppgave

1. C