TMA4115 Matematikk 3
våren 2011

Øving 12 — veiledning uke 14

Fra Edwards & Penney, avsnitt 6.1

Finn egenverdiene og de tilhørende egenvektorene til den gitte matrisen A. Finn en basis for egenrommet dersom dimensjonen til egenrommet er større enn 2.

10 $\begin{bmatrix} 9 & -10 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$.

25 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

27 Anta at λ er en egenverdi til matrisen A med tilhørende egenvektor $\mathbf{v}$ og at n er et positivt heltall. Vis at λ^n er en egenverdi til A^n med tilhørende egenvektor $\mathbf{v}$.

Fra Edwards & Penney, avsnitt 6.2

Avgjør om den gitte matrisen A er diagonaliserbar. Dersom den er det, finn en diagonaliserende matrise P og en diagonalmatrise D slik at $P^{-1}AP = D$.

15 $\begin{bmatrix} 3 & -3 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

21 $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

31 Anta at de inverterbare matrisene A og B er similære. Vis at da vil deres inverser A^{-1} og B^{-1} også være similære.

Flervalgsoppgaver

1 (Fra eksamen TMA4115 Matematikk 3, juni 2005)

Hvilken av vektorene $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$, $\mathbf{v}_3$, $\mathbf{v}_4$ er en egenvektor for matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & 3 & -1 \\ -6 & 6 & 0 \end{bmatrix}?$$

A: $\mathbf{v}_1 = (1, 1, -1)$ **B:** $\mathbf{v}_2 = (1, 0, -2)$ **C:** $\mathbf{v}_3 = (1, 0, 1)$ **D:** $\mathbf{v}_4 = (1, 1, 2)$

2 La $\mathbf{v}$ være en egenvektor for en matrise A. For hvilke skalarer k er vektoren $k\mathbf{v}$ også en egenvektor for A?

A: bare $k = 0$ og $k = 1$ **B:** bare $k = 1$ **C:** alle $k \neq 0$ **D:** alle k

Eksamensoppgaver

A-48 La A være en inverterbar matrise med egenverdi $\lambda \neq 0$ og tilhørende egenvektor $\mathbf{v}$. Vis at da er $\mathbf{v}$ også en egenvektor for A^{-1}. Hva er den tilhørende egenverdien?

Fasit

EP 6.1

25. $\lambda_1 = 1, \mathbf{v}_1 = (1,0,0,0); \lambda_2 = 1, \mathbf{v}_2 = (1,1,0,0); \lambda_3 = 2, \mathbf{v}_3 = (1,1,1,0); \lambda_4 = 2, \mathbf{v}_4 = (1,1,1,1);$

EP 6.2

15. $P = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

21. $\lambda = 1 : \mathbf{v}_1 = (1,1,0), \mathbf{v}_2 = (0,0,1)$ – ikke diagonaliserbar.

Eksamensoppgave

A-48 λ^{-1}