



Norges teknisk-naturvitenskapelige
universitet
Institutt for matematiske fag

TMA4115 Matematikk

3

Vår 2017

Øving 1

Obligatoriske oppgaver

Saff-Snider, avsnitt 1.1

I oppgave 5 og 9, skriv om tallet til formen $a + bi$.

5.

(a) $-3 \left(\frac{i}{2} \right)$

(b) $(8 + i) - (5 + i)$

(c) $\frac{2}{i}$

9.

$$\frac{2 + 3i}{1 + 2i} - \frac{8 + i}{6 - i}$$

14. Vis at $\operatorname{Re}(iz) = -\operatorname{Im} z$ for alle komplekse tall z .

18. Vis at det komplekse tallet $z = -1 + i$ tilfredsstiller ligningen

$$z^2 + 2z + 2 = 0.$$

Saff-Snider, avsnitt 1.2

4. La $z = 3 - 2i$. Plot punktene z , $-z$, $\bar{z}$, $-\bar{z}$, og $1/z$ i det komplekse planet.

8. Vis, både analytisk og grafisk, at $|z - 1| = |\bar{z} - 1|$.

Saff-Snider, avsnitt 1.3

5. Finn det følgende

(a) $\left| \frac{1+2i}{-2-i} \right|$

(b) $|(\overline{1+i})(2-3i)(4i-3)|$

(c) $\left| \frac{i(2+i)^3}{(1-i)^2} \right|$

(d) $\left| \frac{(\pi+i)^{100}}{(\pi-i)^{100}} \right|$

7. Finn argumentet av de følgende komplekse tallene og skriv dem på polarform.

(a) $-\frac{1}{2}$

(b) $-3+3i$

(c) $-\pi i$

(d) $-2\sqrt{3}-2i$

(e) $(1-i)(-\sqrt{3}+i)$

(f) $(\sqrt{3}-i)^2$

(g) $\frac{-1+\sqrt{3}i}{2+2i}$

(h) $\frac{-\sqrt{7}(1+i)}{\sqrt{3}+i}$

Eksamen vår 2007

Oppgave 1 Vis på en figur alle komplekse tall z slik at

$$|z| = |z+1|.$$

Finn løsningene til ligningen

$$z^4 = (z+1)^4.$$

Eksamen vår 2009

Oppgave 1 Bestem alle komplekse tall $z = x + iy$ i det komplekse plan som tilfredsstiller likheten

$$|z + 1 - i\sqrt{3}| = |z - 1 + i\sqrt{3}|.$$

Angi alle slike z på en figur.

Valgfire oppgaver**Saff-Snider, avsnitt 1.1**

25. La z_1, z_2 være to komplekse tall slik at $z_1 + z_2$ og $z_1 z_2$ er begge negative reelle tall. Vis at z_1 og z_2 må være reelle tall.

Saff-Snider, avsnitt 1.2

16. Vis at hvis $|z| = 1$ ($z \neq 1$), så er $\operatorname{Re} [1/(1 - z)] = \frac{1}{2}$.

17. La $a_1, a_2, \dots, a_n$ være konstanter. Vis at hvis z_0 er en rot av polynomet

$$z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n = 0,$$

da vil $\overline{z_0}$ også være en rot.

Saff-Snider, avsnitt 1.3

18. Hvis at ethvert punkt z på linjen som går gjennom to distinkte punkter z_1 og z_2 er på formen $z = z_1 + c(z_2 - z_1)$, hvor c er et reelt tall. Hva kan vi si om verdien til c hvis z ligger mellom z_1 og z_2 ?

Eksamen kont 2004

Oppgave 2 Finn alle reelle tall x, y slik at det komplekse tallet $z = x + iy$ oppfyller ligningen

$$|z + i| = |z - 1|.$$