Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under eksamen:
Marius Irgens (73 55 02 28)
Peter Lindqvist (73 59 35 29)

EKSAMEN I TMA4120 MATEMATIKK 4K

Mandag 20. desember 2010
Tid: 09:00 – 13:00 Sensur 20. januar 2011

Hjelpemidler (Kode C): Bestemt kalkulator (HP 30S eller Citizen SR-270X)
Rottmann: *Matematisk formelsamling*

Alle svar skal ha en begrunnelse.
Du finner et ark med Laplacetransformer etter oppgavene.

Oppgave 1 Finn verdiene til integralene

$$\oint_{|z|=1} \overline{z}\,dz \qquad \text{og} \qquad \oint_{|z|=1} z\,dz$$

der integralene tas mot klokka langs enhetssirkelen.

Oppgave 2 Løs likningen

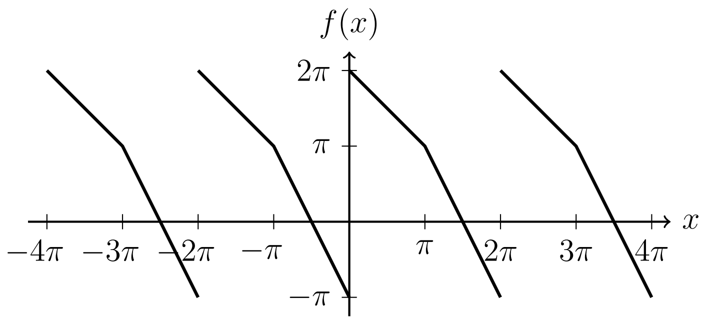
$$y''(t) + y(t) = \begin{cases} 2\sin 2t & \text{for } 0 \le t < \pi \\ 0 & \text{for } t > \pi, \end{cases}$$

med initialverdier $y(0) = y'(0) = 0$.

Oppgave 3 Bruk residyregning til å finne verdien til integralet

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\theta}{5 + 3\cos\theta}.$$

Oppgave 4 La $f(x)$ være den periodiske funksjonen representert i grafen nedenfor:



a) Hva er summen til Fourierrekken til $f(x)$ i punktene $x = 0$ og $x = \pi$?

b) Finn Fourierrekken til $f(x)$.

Oppgave 5 Temperaturen $u(x,t)$ til en stav som er isolert i endepunktene tilfredsstiller likningen

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2u, \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0 \tag{1}$$

med randbetingelser

$$\frac{\partial u}{\partial x}(0,t) = 0 = \frac{\partial u}{\partial x}(\pi,t) \tag{2}$$

(Leddet $2u$ er til stede fordi det bare er endepunktene som er isolert.)

a) Finn alle løsninger til likning (1) på formen

$$u(x,t) = X(x)T(t)$$

som også tilfredsstiller randbetingelsene (2).

b) Bruk superposisjoneringsprinsippet for å finne løsningen som også tilfredsstiller initialbetingelsen

$$u(x,0) = (\cos(x) + 1)^2, \quad 0 < x < \pi.$$

Oppgave 6 Løs integrallikningen

$$f(x) - \int_{-\infty}^{\infty} e^{-3|x-t|} f(t)\,dt = e^{-3|x|}.$$