TMA4130/35 MATEMATIKK 4N/D

Midtsemesterprøve lørdag 16. oktober 2004 kl. 09:15
Tid: 90 minutter

Hjelpemidler: Enkel kalkulator (HP30S)
Rottman: *Matematisk formelsamling*
Rottman: *Kreyszig "Advanced Engineering Mathematics"*
NB: Sett *ett* kryss for hver oppgave på svararket. *Ikke* skriv på oppgavearket!

Oppgave 1 Den Laplacetransformerte til funksjonen $tu(t-1)$ er:

A: $\frac{1}{s}e^{-s}$ **B:** $\frac{1}{s^2}e^{-s}$ **C:** $\frac{1-s}{s^2}e^{-s}$ **D:** $\frac{1+s}{s^2}e^{-s}$

Oppgave 2 Gitt initialverdiproblemet $y'' + y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$

Den Laplacetransformerte $Y(s)$ av løsningen $y(t)$ er:

A: $Y(s) = \frac{s+1}{s^2+1}$ **B:** $Y(s) = \frac{1}{s^2}$ **C:** $Y(s) = \frac{s}{s^2+2}$ **D:** $Y(s) = \frac{s^2}{s+1}$

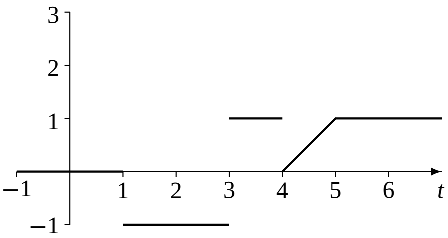
Oppgave 3

Den inverse Laplacetransformerte til $F(s) = \frac{1}{s(s-a)}$ er:

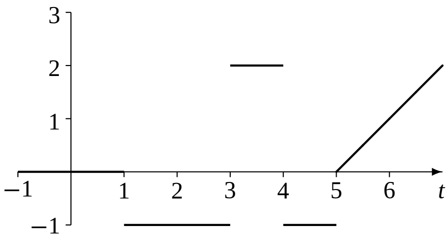
A: ae^{at} **B:** $\frac{1}{a}(e^{at}-1)$ **C:** $\frac{1}{a}(e^{t}-1)$ **D:** e^{at}

Oppgave 4 La $r(t) = -u(t-1) + 2u(t-3) - u(t-4) + (t-4)u(t-5)$, der $u(t)$ er trinnfunksjonen (også kalt Heavisidefunksjonen eller "unit step function”). Hvilken av de følgende figurene viser grafen til $r(t)$?

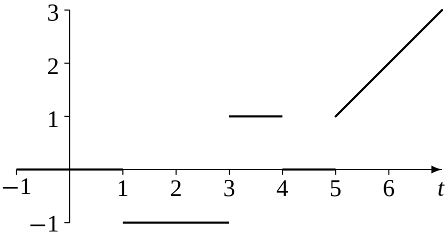
A:



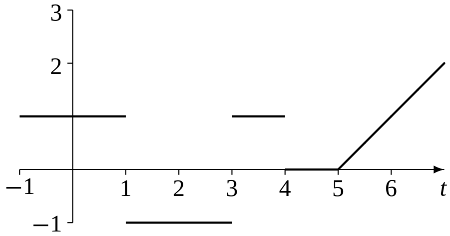
B:



C:



D:



Oppgave 5 En odde, periodisk funksjon f, med periode 2 er definert som $f(x) = x(1-x)$ for $0 \leq x \leq 1$. Fourierrekken til f er $a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\pi x + b_n \sin n\pi x$.

Funksjonsverdien $f(11{,}3)$ er:

A: $-116{,}39$ **B:** $-0{,}39$ **C:** $0{,}21$ **D:** $-0{,}21$

Oppgave 6 Fourierkoeffisienten a_0 for funksjonen definert i oppgave 5 er:

A: $\dfrac{1}{6}$ **B:** $\dfrac{1}{3\pi}$ **C:** 0 **D:** $\dfrac{\pi}{6}$

Oppgave 7

La $f(x)$ være den 2π-periodiske funksjonen gitt ved $f(x) = x(\pi - |x|)$ for $-\pi < x \leq \pi$. Det oppgis at Fourierrekken til $f(x)$ er

$$\frac{8}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)x}{(2n-1)^3}$$

Bruk dette til å finne summen av rekken $\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)^3}$. Svaret er:

A: $\dfrac{\pi^2}{6}$ **B:** $\dfrac{\pi - 2}{4}$ **C:** π **D:** $\dfrac{\pi^3}{32}$

Oppgave 8

Løsningen til integralligningen $y(t) = t - \int_0^t y(\tau)(t-\tau)d\tau$ er:

A: $\cos t$ **B:** e^{-t} **C:** $\sin t$ **D:** $\cos t + e^{-t}$

Oppgave 9 Hvilken av alternativene er løsning av $u_x + u_y = 0$?

A: $u(x,y) = Ce^{k(x+y)}$ **B:** $u(x,y) = C\sin(kx)e^{-ky}$

C: $u(x,y) = Ce^{-kx}\sin(ky)$ **D:** $u(x,y) = C \cdot \dfrac{e^{kx}}{e^{ky}}$

Oppgave 10

La funksjonen $f(x)$ være gitt ved

$$f(x) = \begin{cases} 1 - |x| & \text{for } 0 \le |x| \le 1 \\ 0 & |x| > 1. \end{cases}$$

Bruk Fourier-integralet til $f(x)$ til å finne verdien av integralet

$$\int_0^\infty \frac{\cos w - \cos^2 w}{w^2}\, dw.$$

Svaret er:

A: $\dfrac{\pi}{2}$ **B:** π **C:** 0 **D:** $\sqrt{\dfrac{2}{\pi}}$