Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

TMA4130 Matematikk 4N Høst 2005

Øving 10

$\boxed{1}$ Finn polynomet av lavest mulig grad som interpolerer følgende datasett

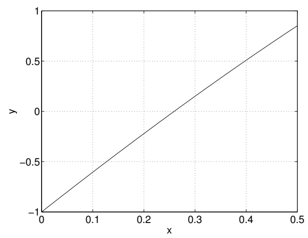
x_i	1.0	1.5	2.0	3.0
y_i	2.0	1.0	0.5	0

$\boxed{2}$ I denne oppgaven skal du finne en tilnærmelse til løsningen av en ikke-lineær ligning vha. *invers* interpolasjon.

Gitt ligningen

$$f(x) = 5x - e^x = 0.$$

En skisse av $f(x)$ viser at ligningen har en løsning mellom mellom 0.2 og 0.3.



Velg x-nodene 0.2, 0.25 og 0.3. Regn ut de korresponderende verdiene $y_i = f(x_i)$, og finn verdien av interpolasjonspolynomet $x = p_2(y)$ i punktet $y = 0$.

Dette er en tilnærmelse til løsningen av ligningen $5x - e^x = 0$. Hvorfor?

Til sammenligning er den eksakte løsningen $x = 0.259171$.

Hint: Siden du bare vil regne ut en enkelt verdi av interpolasjonspolynomet, skriv det opp så enkelt du kan, og ikke bruk tid på å manipulere polynomet for å få det på en pen form.

$\boxed{3}$ Kreyszig, kapittel 17.5, oppgave 3 og 14.

$\boxed{4}$ La $f(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$, og la $I = \displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)dx = \frac{\pi}{2}$.

a) Gitt nodene $x_0 = -0.8660$, $x_1 = 0$, $x_2 = 0.8660$. Finn interpolasjonspolynomet $p_2(x)$ til datasettet $(x_0, f(x_0))$, $(x_1, f(x_1))$, $(x_2, f(x_2))$ (bruk den metoden du vil).

Finn tilnærmelsen J til integralet I

$$J = \int_{-1}^{1} p_2(x)dx,$$

og beregn feilen $|I - J|$.

I det neste punktet skal vi bruke Simpsons metode S_{2m} på $2m$ intervall til å approksimere integralet $I = \int_{-1}^{1} f(x)dx$ fra punkt a).

b) Beregn S_{2m} for $m = 1$, og feilen $|I - S_2|$.
Kan du tenke deg en grunn til at metoden i punkt a) er bedre enn Simpsons metode med like mange noder?
Bruk feilformelen for Simpsons metode og finn hvor mange intervall $2m$ man må bruke i approksimasjonen av $I = \int_{-1}^{1} f(x)dx$ for at feilen skal bli mindre enn feilen i punkt a)(≈ 0.05). (En kan anta at $|f^{(4)}(x)| \leq 25$.)