Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

# TMA4130 Matematikk 4N Høst 2005

## Øving 11

$\boxed{1}$ Kreyszig kapittel 18.1, oppgave 5 og 11.

$\boxed{2}$ **Bakgrunn:** En $n \times n$ matrise $A$ er *strengt diagonal-dominant* dersom elementene $a_{ij}$ tilfredsstiller betingelsen

$$|a_{ii}| > \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} |a_{ij}|, \qquad i = 1, 2, \cdots, n.$$

Dersom $A$ er diagonaldominant så vil både Jacobi- og Gauss-Seidel iterasjoner anvendt på systemet $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ konvergere, uansett valg av startvektor $\mathbf{x}^{(0)}$.

Ta utgangspunkt i oppgave 5, kapittel 18.3 i Kreyszig.

**a)** Er koeffisientmatrisa diagonaldominant? Hvis ikke, skriv om ligningssystemet slik at den blir det, og bruk det nye systemet i de neste punktene.

**b)** Utfør 2 iterasjoner med Jacobis metode.

**c)** Utfør 2 iterasjoner med Gauss-Seidels metode.

$\boxed{3}$ **a)** Approksimer løsningen til det lineære systemet

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

ved å bruke Gauss-Seidels metode og $\mathbf{x}^0 = \mathbf{0}$. Utfør 2 iterasjoner.

**b)** På systemet

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

er det umulig å bruke Gauss-Seidels metode. Forklar hvorfor.

En måte å løse det på med en iterativ metode er ved å skrive $A = M - N$, som gir $M\mathbf{x}^{(n+1)} = N\mathbf{x}^{(n)} + \mathbf{b}$. Hva må kreves av $M$? Gjør et fornuftig valg av $M$ og utfør én iterasjon.

$\boxed{4}$ Kreyszig, kapittel 19.1, oppgave 6.