Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

TMA4130
Matematikk 4N
Høst 2005

Øving 9

$\boxed{1}$ Kapittel 17.10 i Kreyszig, oppgave 3 og 5.

$\boxed{2}$ Kapittel 17.2 i Kreyszig, oppgavene 9, 17 og 21.

$\boxed{3}$ Kapittel 17.3 i Kreyszig, oppgave 3.

$\boxed{4}$ Den m-te roten av et tall R er en løsning av den ikke-lineære ligningen

$$x^m - R = 0. \tag{1}$$

Vi antar at $R > 0$ og $m \geq 2$.

a) Skriv ned en iterasjon for å approksimere $\sqrt[m]{R}$ ved bruk av Newtons metode på (1).
Betrakt fikspunktiterasjonen

$$x_{n+1} = 1 - \frac{R}{x_n^m} + \frac{R}{x_n^{m-1}} \tag{2}$$

for å løse

$$x = g(x), \qquad \text{med} \qquad g(x) = 1 - \frac{R}{x^m} + \frac{R}{x^{m-1}}. \tag{3}$$

Verifiser at $\sqrt[m]{R}$ er et fikspunkt for ligningen (3).

b) Beregn noen iterasjoner med Newtons metode og iterasjonen (2) for å finne $\sqrt[m]{R}$ med $m = 2$ og $R = 7/2$, og $x_0 = 2$. Sammenlign resultatene. Avslutt hver av iterasjonene når feilen er mindre enn 10^{-4}.

$\boxed{5}$ Formuler Newtons metode for systemet

$$\begin{aligned} x^2 + xy^3 - 9 &= 0, \\ 3x^2y - y^3 - 4 &= 0. \end{aligned}$$

Bruk startverdiene $x_0 = 1.2$, $y_0 = 2.5$ og utfør to iterasjoner.
(Fasit: $x^{(2)} = 1.3228$, $y^{(2)} = 1.7728$.)