Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Øving 12

Pensum: Kreyszig, avsnitt 21.1

1 Vi ønsker å løse initialverdiproblemet

$$\begin{aligned} y' &= y^2 + \sin x \\ y(0) &= 1 \end{aligned}$$

numerisk. Bruk skrittlengde $h = 0.1$ og ta to skritt med hver av de tre metodene nedenfor (rund av til 4 desimaler).

a) Eulers metode.

b) Heuns metode.

c) Runge-Kutta av orden 4.

2 **a)** Skriv $y'' - \cos y = 0$ som et system av førsteordens ODE.

b) Sett opp Eulers metode for systemet i **a)** (dere trenger ikke gjøre noen iterasjoner).

c) Skriv systemet

$$\begin{aligned} y_1' &= y_2 \\ y_2' &= y_3 \\ y_3' &= \cos y_1 + \sin y_2 - e^{y_3} + x^2 \end{aligned}$$

som en tredjeordens ODE.

d) Hvilke type initialbetingelser trenger vi for å kunne løse systemet i **c)** numerisk.

Repetisjon: Kreyszig, kap. 11

3 La f være en 2π-periodisk funksjon der

$$f(x) = \begin{cases} -x, & \text{hvis } -\pi < x \leq 0, \\ x, & \text{hvis } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

a) Finn Fourier-rekka til f.

b) Ved å bruke Fourier-koeffisientene fra forrige punkt, vis at

$$1 + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{5^4} + \frac{1}{7^4} + \ldots = \frac{\pi^4}{96}.$$

Hint. Bruk Parsevals identitet.