TMA4130
Matematikk 4N
Høsten 2012

Øving 8

Pensum: Kreyszig, avsnitt 12.4

1 Finn normalformen for den partielle differensiallikninga

$$u_{xx} + 5u_{xy} + 4u_{yy} = 0,$$

og bruk dette til å finne den generelle løsninga til likninga over.

Pensum: Kreyszig, avsnitt 12.5 og 12.6 (avsnitt 12.5 fra 9. utgave)

2 Vis at

$$u(x,t) = \frac{1}{\sqrt{4t}} e^{\frac{-x^2}{4t}}$$

er en løsning av ligningen

$$u_t = u_{xx}$$

3 Gitt den følgende partielle differensialligningen

$$(*) \quad \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2u = 0 \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0$$

a) Finn alle løsningene av $(*)$ på formen $u(x,t) = F(x)G(t)$ som tilfredsstiller randbetingelsene:

$$u_x(0,t) = 0, \quad u_x(\pi,t) = 0, t > 0$$

b) Finn løsningene av $(*)$ som tilfredsstiller randkravene i a), og også initialbetingelsen:

$$u(x,0) = \sin^2 x + 2\cos x$$

Eksamensoppgave fra høsten 05

4 **a)** Finn alle løsninger på formen $u(x,t) = F(x)G(t)$ av differensialligningen

$$u_{tt} + u_t = u_{xx} \quad \text{for} \quad 0 \le x \le \pi, \quad t \ge 0, \tag{1}$$

med randbetingelser

$$u(0,t) = u(\pi,t) = 0, \qquad t \geq 0. \tag{2}$$

b) Finn $u(x,t)$ som oppfyller (1) og (2) samt initialbetingelsene

$$u(x,0) = 0 \quad \text{og} \quad u_t(x,0) = \sin 4x.$$