



Norges teknisk-naturvitenskapelige
universitet
Institutt for matematiske fag

TMA4130
Matematikk 4N
Høsten 2013

Løsningsforslag — Øving 8

- 1 Vi forventer en rot i dette intervallet siden funksjonen er kontinuerlig og positiv i $x = 0$ og negativ i $x = 1$. Vi har at $g'(x) = -\frac{1}{2}\sin(\frac{x}{2})$, og dermed at $|g'(x)| \leq \frac{1}{2}$. Vi får $x_0 = 0.5, x_1 = 0.96891, x_2 = 0.88493, x_3 = 0.90370$.
- 2 Bruker $g(x) = x^4 - 0.3$. Da har vi at $g'(x) = 4x^3$, og dermed $|g'(x)| \leq 4 \cdot 0.5^3 = 0.5$. Man får $x_1 = -0.27440, x_2 = -0.29433, x_3 = -0.29250$.

I begge disse oppgavene er Teorem 1 fra kapittel 19.2 i Kreyszig brukt.

- 3 Vi skal løse

$$f(x) = \cos x \cosh x - 1 = 0$$

med Newtons metode

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

Vi finner

$$f'(x) = -\sin x \cosh x + \cos x \sinh x.$$

Den numeriske metoden blir da

$$x_{n+1} = x_n - \frac{\cos x_n \cosh x_n - 1}{-\sin x_n \cosh x_n + \cos x_n \sinh x_n}.$$

Se tabell 1 for iterasjonsverdiene.

x_0	4.5
x_1	4.803880023
x_2	4.734922190
x_3	4.730064008
x_4	4.730040745
x_5	4.730040745

Tabell 1: De numeriske verdiene.

En løsning av $f(x) = 0$ med 6 riktige siffer er altså $x^* = 4.73004$. Merk at $f(x) = 0$ har uendelig mange løsninger siden $\cos x$ oscillerer mellom positive og negative verdier, mens $\cosh x$ er positiv og økende for økende $|x|$. Vi finner den løsningen som er i nærheten av startverdien x_0 . Vi må også passe på så ikke $f'(x_n) = 0$. Dette skjer også uendelig mange ganger, for eksempel hvis $x_n = 0$.

4 Her blir formelen

$$x_{n+1} = x_n - (e^{-x_n} - \tan x_n) \frac{x_n - x_{n-1}}{e^{-x_n} - \tan x_n - e^{-x_{n-1}} + \tan x_{n-1}}.$$

Da får vi $x_0 = 1, x_1 = 0.7, x_2 = 0.57709, x_3 = 0.53416, x_4 = 0.53143, x_5 = 0.53139, x_6 = 0.53139$. Svaret er med 5 siffrers nøyaktighet 0.53139.