

TMA 4130, Matte 4N 05 December 2013, 9:00-13:00



Kontakt: Yurii Lyubarskii, 91647362

hjelpemiddel C: Enkel kalkulator (Hewlett Packard HP30S eller Citizen SR-270X),
Rottmann: *Matematisk formelsamling*, Et formelark heftet bak oppgaveset .

Oppgave 1

- a) Finn Fourier-rekka til den 2π -periodiske funksjonen

$$f(t) = \begin{cases} 0, & \text{if } -\pi < x < 0, \\ t^2, & \text{if } 0 < t < \pi. \end{cases}$$

- b) Finn summen av rekka

$$\sum_1^{\infty} \frac{1}{n^2}.$$

Oppgave 2

- a) Finn alle løsninger på formen $u(x, t) = X(x)T(t)$ til ligninga

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad 0 < x < 1, \quad t > 0, \quad (*)$$

som tilfredstiller randbetingelsene

$$u(0, t) = 0, \quad u(1, t) = 0, \quad t > 0.$$

- b) Finn alle løsningene til (*), som tilfredstiller randbetingelsene

$$u(0, t) = 0, \quad u(1, t) = 1, \quad t > 0,$$

samt intialverdien

$$u(x, 0) = x(2 - x), \quad 0 \leq x \leq 1.$$

Oppgave 3

a) Finn Laplace transformasjonen til $f(t) = t \sin(\omega t)$, $t > 0$.

b) Løs integralligninga

$$y(t) = \sin t + \int_0^t y(\tau) \sin(t - \tau) d\tau$$

Oppgave 4

a) La $a > 0$ være en gitt konstant, og la

$$f(x) = \begin{cases} e^{-ax}, & \text{for } x > 0; \\ 0, & \text{for } x < 0. \end{cases}$$

Finn Fouriertransformasjonen til f og finn verdien til integralet

$$\int_0^\infty \frac{\cos w - w \sin w}{1 + w^2} dw.$$

b) Finn funksjonene $f(x)$ som oppfyller

$$\int_{-\infty}^\infty f(x - t) e^{-2t^2} dt = e^{-x^2}, \quad -\infty < x < \infty.$$

Oppgave 5

a) Finn polynomet $p(x)$ av lavest mulig grad som interpolerer verdiene

-2	-1	0	1	2
7	3	1	1	3

b) La $p(x)$ være polynomet i a). Bruk Simpsons metode for å bestemme verdien av integralet

$$\int_{-2}^2 p(x) dx.$$

Hva er feilen i Simpsons metode for dette tilfellet?