Norwegian University of Science and Technology
Departement of Mathematical Sciences

TMA4130
Calculus 4N
Fall 2013

Exercise set 13

Merknad: Øving 13 skal kun leveres av dem som ikke har nok godkjente øvinger, og den må leveres direkte i posthylla til Gard Spreeman i 7. etasje Sentralblokk II. Frist for innlevering er onsdag 20. november kl 16.00.

1 Beregn direkte uten å bruke Laplace konvolusjonen

$$t * e^t$$

2 Løs integralligningen

$$y(t) = \sin t + \int_0^t y(\tau)\sin(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau$$

ved å bruke Laplacetransformasjon. Vis utregningene dine.

3 Finn den komplekse Fourierrekka til

$$f(x) = x^2, \qquad -\pi < x < \pi$$

4 Skriv Fourierrekka i oppgave 3 (forrige oppgave) på reell form. Det vil si som cosinusrekke.

5 Vis at det følgende integralet representerer den oppgitte funksjonen.

$$\int_0^\infty \frac{\cos xw + w\sin xw}{1+w^2}\,\mathrm{d}w = \begin{cases} 0 & \text{hvis } x < 0 \\ \pi/2 & \text{hvis } x = 0 \\ \pi e^{-x} & \text{hvis } x > 0 \end{cases}$$

6 Beregn funksjonen

$$\hat{f}(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-1}^{1} e^{-ixw}\,\mathrm{d}x,$$

og evaluer integralet

$$\int_0^\infty \frac{\sin w \cos\left(\frac{1}{2}w\right)}{w}\,\mathrm{d}w.$$

$\boxed{7}$ **a)** Finn alle løsninger på formen $u(x,t) = F(x)G(t)$ av differensialligningen

$$u_{tt} + u_t = u_{xx} \qquad \text{for} \qquad 0 \le x \le \pi, \qquad t \ge 0, \tag{1}$$

med randbetingelser

$$u(0,t) = u(\pi,t) = 0, \qquad t \ge 0 \tag{2}$$

b) Finn $u(x,t)$ som oppfyller (1) og (2) samt initialbetingelsene

$$u(x,0) = 0 \quad \text{og} \quad u_t(x,0) = \sin 4x.$$