



Pensum: Kreyszig avsnitt 6.3

- 1 Skisser funksjonen $(t-1)^2 u(t-1)$ og finn Laplacetransformasjonen. Vis utregningene dine.
- 2 Skisser funksjonen t^2 , $(1 < t < 2)$. Funksjonen er 0 utenfor det gitte intervallet. Representer funksjonen ved å bruke enhetstrappefunksjonen (unit step function). Finn Laplacetransformasjonen. Vis utregningene dine.

- 3 Bruk Laplacetransformasjon til å løse initialverdiproblemet:

$$\begin{aligned}y'' + y &= 1 \text{ hvis } 0 \leq t \leq 1, \text{ og } 0 \text{ hvis } t > 1, \\y(0) &= 0, \\y'(0) &= 0.\end{aligned}$$

Pensum: Kreyszig avsnitt 6.4

- 4 Bruk Laplacetransformasjon til å løse initialverdiproblemet:

$$y'' + 4y' + 5y = \delta(t-1), \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 3$$

Pensum: Kreyszig avsnitt 6.5

- 5 Beregn direkte uten å bruke Laplace de følgende konvolusjonene:
 - a) $1 * 1$
 - b) $e^t * e^{-t}$
 - c) $\sin \omega t * \cos \omega t$
 - d) $t * e^t$

- 6 Løs integralligningen

$$y(t) = \sin t + \int_0^t y(\tau) \sin(t-\tau) d\tau$$

ved å bruke Laplacetransformasjon. Vis utregningene dine.

- 7 La $a > 0$. Bruk konvolusjon for å finne den invers-Laplace-transformerte av $\frac{e^{-as}}{s(s^2+1)}$.

OBS: Du må se på tilfellene $t < a$ og $t \geq a$ hver for seg!

Pensum: Kreyszig avsnitt 6.7

- 8 a) Finn Laplace-transformen til funksjonene f og g , hvor

$$f(t) = \begin{cases} 0, & \text{hvis } 0 \leq t \leq 1, \\ (t-1)^2, & \text{hvis } t > 1, \end{cases}$$

og

$$g(t) = \int_0^t f(x)dx.$$

- b) Ved å bruke resultatet fra a), løs initialverdiproblemet

$$\begin{aligned} x_1' &= -x_2 + f(t) \\ x_2' &= x_1 - g(t) \\ x_1(0) &= 0, \\ x_2(0) &= 1. \end{aligned}$$