Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Øving 7

K9 avsnitt 12.1

$\boxed{1}$ Verifiser at

$$u = x^2 + t^2$$

er en løsning av bølgeligningen (med passende c). Skisser løsningen som en flate i rommet.

$\boxed{2}$ Dersom en ligning kun involverer deriverte med hensyn på en variabel, kan vi løse ligningen som en ordinær differensialligning der den andre variabelen holdes fast. Finn løsningen $u(x, y)$ av ligningen

$$u_{xy} = u_x.$$

$\boxed{3}$ Finn alle funksjoner $u(x, y)$ som tilfredsstiller ligningene $u_{xx} = 0 \quad \text{og} \quad u_{yy} = 0.$

K9 avsnitt 12.3

$\boxed{4}$ Finn utslaget $u(x, t)$ til strengen med lengde $L = \pi$ når $c^2 = 1$, initialfarten er null og initialutslaget er gitt av funksjonen

$$u(x, 0) = \begin{cases} \frac{x}{\pi} & 0 \le x \le \frac{\pi}{2} \\ 1 - \frac{x}{\pi} & \frac{\pi}{2} \le x \le \pi \end{cases}.$$

Hint: Se eksempel 3b i K8 §10.4 eller eksempel 4b i K9 §11.3.

Eksamensoppgave fra høsten 05

$\boxed{5}$ **a)** Finn alle løsninger på formen $u(x, t) = F(x)G(t)$ av differensialligningen

$$u_{tt} + u_t = u_{xx} \quad \text{for} \quad 0 \le x \le \pi, \quad t \ge 0, \tag{1}$$

med randbetingelser

$$u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \qquad t \ge 0. \tag{2}$$

b) Finn $u(x, t)$ som oppfyller (1) og (2) samt initialbetingelsene

$$u(x, 0) = 0 \quad \text{og} \quad u_t(x, 0) = \sin 4x.$$