



Faglig kontakt under eksamen:
Marius Irgens 73 55 02 84

EKSAMEN I FAG SIF5015 DISKRET MATEMATIKK

Onsdag 18. desember 2002

Tid : 0900-1400

Tillatte hjelpemidler (Kode C): Enkel kalkulator (HP30S);
Rottmann: Matematisk formelsamling.

Alle svar skal begrunnes.

Sensurfrist: 18. januar 2003

Oppgave 1

- a) Finn et heltall x slik at $0 < x < 13$ og slik at x er en invers til 77 modulo 13.
- b) Finn alle par (x, y) slik at $0 \leq x \leq 15$, $0 \leq y \leq 15$ og slik at (x, y) løser systemet

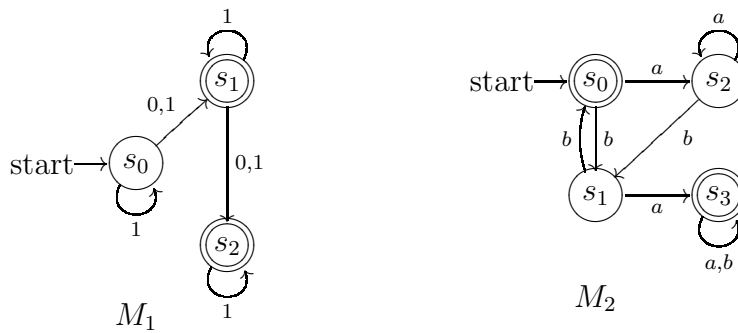
$$\begin{aligned} 2x + 5y &\equiv 3 \pmod{13} \\ 15x - y &\equiv 119^{1477} \pmod{13} \end{aligned}$$

Oppgave 2 En venn har følgende selskapslek. Hun spør en gjest om å tenke på et tall mellom null og 1001. Deretter ber hun gjesten dele dette tallet med 7, med 11 og med 13 og fortelle hva resten er i hver divisjon. Hun får vite at de er henholdsvis 2, 3 og 5. Hvilket tall tenkte gjesten på.

Oppgave 3

- a) Hvor mange forskjellige typer trær med fire hjørner finnes det? (To trær er forskjellige hvis de ikke er isomorfe.)
- b) Hvor mange forskjellige typer enkle grafer med fire hjørner finnes det? (En enkel graf er en graf uten retning, uten løkker og uten parallelle kanter.)

Oppgave 4 To delmengder L_1 og L_2 av $\{0, 1, a, b\}^*$ gjenkjennes av endeligtilstandsautomatene M_1 og M_2 beskrevet nedenfor.



- a) Beskriv en deterministisk endeligtilstandsautomat som gjenkjenner mengden $L = L_1 \cup L_2$.
- b) Er det mulig å finne en regulær grammatikk som genererer L ?

Oppgave 5 Relasjonen R på $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ er gitt ved

$$R = \{(a, b); a \text{ deler } b\}.$$

Er R en delvis ordning? I så fall, tegn Hassediagrammet for R .

Oppgave 6 Av studentene ved NTNU misliker 9 av 10 minst en av følgende: tomater, øl og Samantha Fox. 3 av 10 misliker tomater, 2 av 5 misliker øl og 5 av 8 misliker Samantha. I tillegg vet vi at 1 av 5 misliker alle tre. Hvor stor andel av studentene ved NTNU misliker ikke Samantha Fox, men minst en av de andre?

Oppgave 7 Uttrykk utsagnet under ved kun å bruke disjunksjoner, konjunksjoner og negasjoner (\vee , \wedge , \neg). Forklar gangen i arbeidet ditt.

$$(p \rightarrow (\neg q \wedge r)) \vee (r \leftrightarrow p)$$

Oppgave 8 Funksjonen $f(n)$ er gitt ved

$$f(n) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i (i+j) \quad \text{for } n \in \mathbb{N}.$$

- a) Beregn $f(3)$.
- b) Finn tallet q slik at $f(n)$ er $\Theta(n^q)$.
(Hint: Det er mulig å vise at $f(n) > \frac{1}{q}n^q$.)