Norges teknisk–
naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under eksamen:
Marius Irgens 73 55 02 84

EKSAMEN I FAG SIF5015 DISKRET MATEMATIKK

Onsdag 18. desember 2002
Tid : 0900-1400

Tillatte hjelpemidler (Kode C):Enkel kalkulator (HP30S);
Rottmann: Matematisk formelsamling.

Alle svar skal begrunnes.

Sensurfrist: 18. januar 2003

Oppgave 1

a) Finn et heltall x slik at $0 < x < 13$ og slik at x er en invers til 77 modulo 13.

b) Finn alle par (x, y) slik at $0 \leq x \leq 15$, $0 \leq y \leq 15$ og slik at (x, y) løser systemet

$$\begin{aligned} 2x + 5y &\equiv 3 \pmod{13} \\ 15x - y &\equiv 119^{1477} \pmod{13} \end{aligned}$$

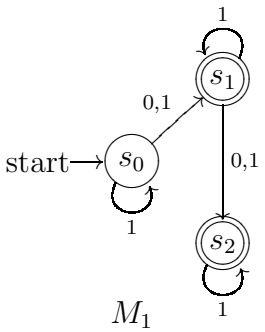
Oppgave 2 En venn har følgende selskapslek. Hun spør en gjest om å tenke på et tall mellom null og 1001. Deretter ber hun gjesten dele dette tallet med 7, med 11 og med 13 og fortelle hva resten er i hver divisjon. Hun får vite at de er henholdsvis 2, 3 og 5. Hvilket tall tenkte gjesten på.

Oppgave 3

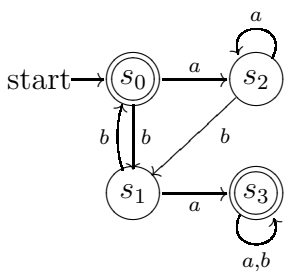
a) Hvor mange forskjellige typer trær med fire hjørner finnes det? (To trær er forskjellige hvis de ikke er isomorfe.)

b) Hvor mange forskjellige typer enkle grafer med fire hjørner finnes det? (En enkel graf er en graf uten retning, uten løkker og uten parallelle kanter.)

Oppgave 4 To delmengder L_1 og L_2 av $\{0, 1, a, b\}^*$ gjenkjennes av endeligtilstandsautomatene M_1 og M_2 beskrevet nedenfor.



M_1



M_2

a) Beskriv en deterministisk endeligtilstandsautomat som gjenkjenner mengden $L = L_1 \cup L_2$.

b) Er det mulig å finne en regulær grammatikk som genererer L?

Oppgave 5 Relasjonen R på $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ er gitt ved

$$R = \{(a, b); a \text{ deler } b\}.$$

Er R en delvis ordning? I så fall, tegn Hassediagrammet for R.

Oppgave 6 Av studentene ved NTNU misliker 9 av 10 minst en av følgende: tomater, øl og Samantha Fox. 3 av 10 misliker tomater, 2 av 5 misliker øl og 5 av 8 misliker Samantha. I tillegg vet vi at 1 av 5 misliker alle tre. Hvor stor andel av studentene ved NTNU misliker ikke Samantha Fox, men minst en av de andre?

Oppgave 7 Uttrykk utsagnet under ved kun å bruke disjunksjoner, konjunksjoner og negasjoner ($\vee$, $\wedge$, $\neg$). Forklar gangen i arbeidet ditt.

$$(p \to (\neg q \wedge r)) \vee (r \leftrightarrow p)$$

Oppgave 8 Funksjonen $f(n)$ er gitt ved

$$f(n) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{i} (i + j) \qquad \text{for } n \in \mathbb{N}.$$

a) Beregn $f(3)$.

b) Finn tallet q slik at $f(n)$ er $\Theta(n^q)$.
(Hint: Det er mulig å vise at $f(n) > \frac{1}{q} n^q$.)