



Faglig kontakt under eksamen:

Ivar Kristian Amdal 73 59 34 68

## EKSAMEN I FAG SIF 5015 DISKRET MATEMATIKK

Lørdag 1.august 1998

Tid: 0900-1400

Tillatte hjelpemidler:

Godkjent lommekalkulator tillatt.

Ingen trykte eller hårevne hjelpemidler tillatt.

### Oppgave 1

Løs følgende system

$$\begin{cases} 3x - 4y \equiv 5 \pmod{19} \\ 2x - 5y \equiv 3 \pmod{19}. \end{cases}$$

### Oppgave 2

Finn det minste positive heltallet  $m$  slik at

$$\begin{cases} m + 3^{88} \equiv 2 \pmod{11} \\ m + 3^{77} \equiv 1 \pmod{13}. \end{cases}$$

### Oppgave 3

Finn den disjunktive normalformen til det sammensatte utsagnet

$$(q \rightarrow (r \vee (\neg p))) \oplus ((p \wedge q) \rightarrow (\neg r)).$$

**Oppgave 4**

En følge av tall er definert rekursivt ved regelen:

$$a_1 = 2, a_2 = 6, a_{n+1} = 2a_n + 3a_{n-1}.$$

Bruk matematisk induksjon til å vise at dette er en geometrisk følge (det vil si at det fins  $r$  og  $c$  slik at  $a_n = cr^n$  for alle  $n$ ).

**Oppgave 5**

La  $X$  være mengden av alle ikketomme delmengder av  $S = \{a, b, c\}$ . Tegn Hassediagrammet til ordningen på  $X$  definert ved relasjonen " $\subset$ ".

**Oppgave 6**

Et tre skulle være gitt ved en insidensmatrise, men **ett** av elementene i matrisen ble feil. Rett opp trykkfeilen og tegn treet gitt at insidensmatrisen med trykkfeil er:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Forklar.

**Oppgave 7**

En graf er gitt ved sin "adjacency" matrise  $A$ :

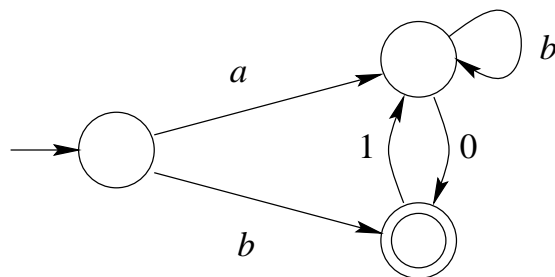
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Vi ønsker å omgjøre grafen til en graf med Euler-vei ved å fjerne **en** kant. Hvor mange ikke-isomorfe grafer kan konstrueres på denne måten?

Tegn dem. Hvorfor er de ikke-isomorfe?

**Oppgave 8**

La  $L$  være språket som aksepteres (gjenkjennes) av automaten:



Lag et regulært uttrykk for språket  $L$  (ved hjelp av: union, konkatnasjon og Kleene tillukning). Forklar.

### Oppgave 9

Finn **tilstandstabellen** og **tilstandsdiagrammet** til en deterministisk automat som gjenkjenner språket  $L = 1^*0 \cup (10)^*1^*$  over alfabet  $A = \{0, 1\}$ .

Forklar hvordan du har tenkt.

### Oppgave 10

Bilskilt i landet Kumtan består av 2 **forskjellige** bokstaver fra alfabetets første 26 bokstaver, og 5 desimale siffer fra  $0, 1, \dots, 9$ . (Slik at for eksempel skiltet JB 00007 er mulig.) Politiets komputer bruker 1 sekund på å lete igjennom 4500 skilt i politiarkivet. Hvor lang tid tar det å gjennomføre alle mistenkte skilt hvis den informasjon som er tilgjengelig bare er følgende utsagn om skiltet skrevet av en logiker som så forbrytelsen:

$$((B \text{ forekom}) \vee (8 \text{ forekom nøyaktig to ganger})) \wedge (7 \text{ forekom nøyaktig to ganger}).$$