



Faglig kontakt under eksamen:
Ivar Amdal 73 59 34 68

EKSAMEN I FAG SIF5015 DISKRET MATEMATIKK

Mandag 5. august 2002

Tid: 0900–1400

Hjelpemidler (Kode C): Enkel kalkulator: (HP 30S),
Karl Rottmann: Matematisk Formelsamling.

Sensuren faller i uke 36.

Alle svar skal grunngis.

Oppgave 1 Gitt 2 utsagnslogiske formler:

$$A = \neg(p \rightarrow r) \vee ((p \vee s) \rightarrow \neg(p \vee q)),$$

$$B = p \rightarrow \neg r.$$

a) Vis at $A \Rightarrow B$.

b) Bruk et Karnaughdiagram til å finne et enklest mulig uttrykk på disjunktiv normalform som er ekvivalent med utsagnet A .

Oppgave 2

a) Beregn $\gcd(17204, 1111)$.

b) Beregn $4^{(10^{50})} \bmod 11$.

c) Beregn $4^{(10^{50})} \bmod 13$.

d) Finn det minste positive hele tallet x slik at

$$x \equiv 3 \pmod{4},$$

$$x \equiv 2 \pmod{5},$$

$$x \equiv 4 \pmod{11}.$$

Oppgave 3

- a) Hvor mange biære strenger (strenger over alfabetet $\{0,1\}$) av lengde 10 er det med nøyaktig 4 0-er, 6 1-ere.
- b) Hvor mange ternære strenger (strenger over alfabetet $\{0,1,2\}$) av lengde 10 er det med nøyaktig 2 0-er, 3 1-ere og 5 2-ere.

Oppgave 4 Løs rekursjonslikningen

$$a_n = \frac{1}{2}(a_{n-1} + a_{n-2}),$$

med initialverdiene

$$\begin{aligned} a_0 &= 1, \\ a_1 &= 3. \end{aligned}$$

Oppgave 5 La L være språket representert ved det regulære uttrykket

$$w = 1^*(01 \cup 10) \cup 1(01)^*$$

- a) Finn en ikkedeterministisk endelig automat M slik at $L(M) = L(w) = L$. Gi en grafisk representasjon av M .
- b) Finn en deterministisk endelig automat N slik at $L(N) = L(M) = L$. Gi en grafisk representasjon av N .

Oppgave 6 For alle naturlige tall n , la

$$f(n) = 2^n \bmod 80,$$

$$g(n) = 3^n \bmod 80.$$

- a) Hva er de mulige verdiene funksjonene f og g kan anta.
(Merk at verdiene er naturlige tall som ikke overstiger 79.)
- b) Vis at $|f(m) - g(n)| \neq 1$ for alle par av naturlige tall (m, n) med $m \geq 4$.
(Philippe de Vitrys formodning.)

Oppgave 7 Det var engang Askeladden dro ut i verden for å søke lykken på kongsgården. Han ruslet langsomt landeveien sørover. På veien møtte han en sulten gammel kone, som han delte nisten sin med. Til gjengjeld ga hun ham noen nyttige opplysninger.

Hun sa: *“Om en stund vil du komme til et veiskryss. Der går veien videre mot vest, mot sør og mot øst. På en vei vil du bli overfalt av røvere, en anden vei ender i kvikksand, og kun en vei fører deg til kongsgården.*

I krysset møter du tre menn. En av mennene snakker sant og de to andre lyver. Hør nøye etter hva mennene forteller deg. Det de sier vil gjøre deg istand til å velge hvilken veg som fører til kongsgården.”

Den første mannen sa: *“Kongsgården ligger ikke i vest.”*

Den andre mannen sa: *“Er det ikke kvikksand i syd, møter du røvere i vest.”*

Den tredje mannen sa: *“Er det ikke røvere i øst, ligger kongsgården i syd.”*

Hvem av de tre mennene snakker sant? I hvilken retning ligger kongsgården?