



Faglig kontakt under eksamen:
Marius Irgens 73 55 02 28

EKSAMEN I FAG SIF5015 DISKRET MATEMATIKK

Tirsdag 12. august 2003

Tid : 0900-1400

Tillatte hjelpemidler (Kode C): Enkel kalkulator (HP30S);
Rottmann: Matematisk formelsamling.

Alle svar skal begrunnes.

Sensuren faller i uke 36.

Oppgave 1 Lag en deterministisk endelig-tilstands maskin M slik at $L(M) = L(w)$, der w er det regulære uttrykket

$$w = (0 \cup 1)^* 0 \cup 1.$$

Bruk gjerne tabell, men representer til slutt M som en merket rettet graf der starttilstanden er tydelig merket.

Oppgave 2 Det er gitt tre utsagnslogiske formler

$$A : (\neg p \wedge (p \vee q)) \rightarrow q$$

$$B : q \rightarrow (p \wedge (p \rightarrow q))$$

$$C : (r \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$$

Hvilke av disse, hvis noen, er tautologier?

Hvilke av disse, hvis noen, er selvmotsigelser?

Oppgave 3 En bestemor har 23 barnebarn. På en ferietur kom hun over en spesiell lokal lekekloss som selges i poser av 19 klosser. Hun kjøpte så få poser som mulig, men slik at når hun delte klossene likt mellom barnebarna ble det nøyaktig en kloss igjen til henne selv. Hvor mange poser kjøpte hun?

Oppgave 4 Hvis mulig, finn en positiv og en negativ løsning til følgende ligningssett:

$$x \equiv 4 \pmod{23}$$

$$x \equiv 6 \pmod{19}$$

Oppgave 5 I denne oppgaven vil vi se på grafer (sammenhengende, ikke-rettede) som har 4 hjørner, 6 kanter, og hvor alle hjørnene har samme grad.

- a) Hva er graden til hvert hjørne i en slik graf?
- b) I en slik graf, er det mulig å starte i et hjørne, gå langs hver kant nøyaktig en gang, og komme tilbake til det hjørnet vi startet i?
Er det mulig å gå langs hver kant nøyaktig en gang, men denne gangen slik at vi ender i et annet hjørne enn det vi startet i?
- c) Er det mulig å finne to slike grafer som ikke er isomorfe med hverandre? Hvis ja, tegn to slike grafer og forklar hvorfor de ikke er isomorfe. Hvis det ikke er mulig å finne slike grafer, forklar hvorfor.

Oppgave 6 En gruppe bestående av 8 menn og 8 kvinner har følgende rituale når de treffes. Hver mann håndhilser en gang med hver av de andre mennene, og en gang med halvparten av kvinnene. Kvinnene håndhilser ikke med hverandre. Hvor mange håndhilsninger foretas?

Oppgave 7

a) Vis følgende ulikheter ved matematisk induksjon:

$$1^2 + 2^2 + \dots + (n-1)^2 < \frac{n^3}{3} < 1^2 + 2^2 + \dots + n^2$$

Bruk deretter disse ulikhetene til å forklare at $f(n) = \sum_{i=1}^n i^2$ er $\Theta(n^3)$.

b) En funksjon h er produktet av funksjonen f over og en funksjon g ; $h(n) = f(n)g(n)$. Vi får vite at $g(n)$ er $\Theta(n^4)$. Finn et tall q slik at $h(n)$ er $\Theta(n^q)$. Husk, som i alle oppgavene, å begrunne svaret.