**Norges teknisk–**
**naturvitenskapelige universitet**
**Institutt for matematiske fag**



Faglig kontakt under eksamen:
Paul Arne Østvær 73 55 02 81

# EKSAMEN I FAG SIF5015 DISKRETMATEMATIKK

Mandag 14. mai 2001
Tid : 0900-1400

Tillatte hjelpemidler: Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til utarbeidet liste.

Alle svar skal begrunnes.

Sensurfrist: 11. juni 2001

## Oppgave 1

Bevis følgende logiske implikasjoner

**a)** $[(p \to q)] \Rightarrow [(p \wedge r) \to (q \wedge r)]$

**b)** $[(p \to q) \wedge (r \to s)] \Rightarrow [(p \wedge r) \to (q \wedge s)]$

## Oppgave 2

Fire ektepar går på kino. De har billetter til bakerste rad, hvor det er 8 seter. På hvor mange måter kan de 8 personene plasseres hvis ingen får lov til å sitte ved siden av ektefellen sin?

Hint: Bruk prinsippet for inklusjon - eksklusjon.

**Oppgave 3**

**a)** Hvilke $x$ oppfyller kongruensen $3x \equiv 1 \bmod 5$?

Regn ut $7^{89} \bmod 29$.

**b)** Hele 500 studenter møtte opp på den første forelesningstimen i Diskret Matematikk. I pausen bestemte $x$ studenter seg for ikke å følge neste forelesningstime. Når resten av de 500 studentene ble delt opp i grupper på 3 personer, ble det 1 student til overs. En tilsvarende oppdeling i grupper på 5 og 7 personer resulterte i at henholdsvis 3 og 6 studenter ble til overs. Finn $x$, gitt at $x < 172$.

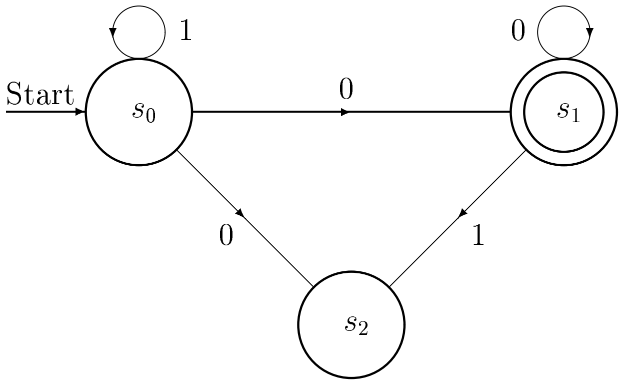
**Oppgave 4**

La $F(x,y,z) = \bar{y}\,\overline{(\bar{x}y)} + xy + y\bar{z}$ være en Boolsk funksjon.

Finn et enklere uttrykk for $F$. Tegn et logisk nettverk som representerer $F$.

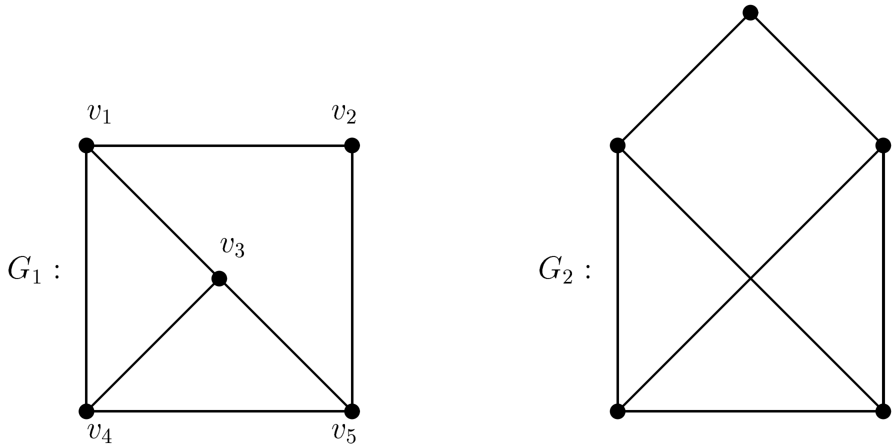
**Oppgave 5**

Finn en deterministisk endelig tilstandsautomat som gjenkjenner det samme språket som den ikke-deterministiske endelige tilstandsautomaten nedenfor



**Oppgave 6**

**a)** Betrakt grafene

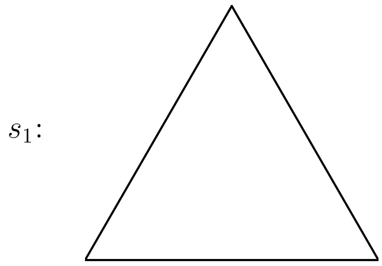



Kan du skrive ned en isomorfi mellom $G_1$ og $G_2$?

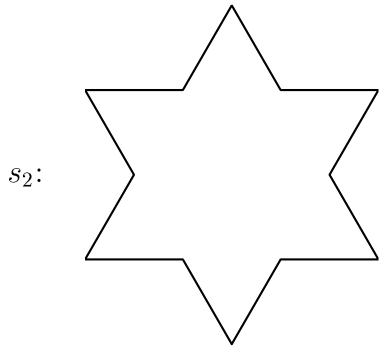
**b)** Hvor mange forskjellige veier av lengde 3 fins det mellom $v_1$ og $v_2$?

**Oppgave 7**

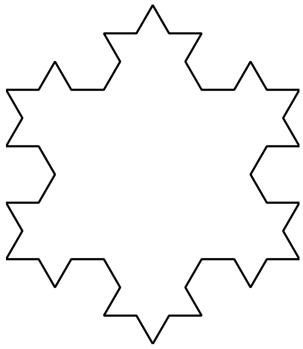
La




være en likesidet trekant hvor hver kant har lengde 1. Vi deler opp hver kant i tre like lange linjestykker, og erstatter det midterste linjestykket med en likesidet trekant hvor hver kant har lengde 1/3. Resultatet blir



Det samme gjøres nå for hver kant i $s_2$. Den nye figuren vi får blir

$s_3$: 

hvor hver sidekant har lengde $1/9$. Ved å iterere denne prosessen kan vi lage $s_n$ for alle $n \geq 1$.

**a)** La $e_n$ være antall kanter i $s_n$. Bevis at $e_n = 3 \cdot 4^{n-1}$ for $n \geq 1$. La $p_n$ være omkretsen til $s_n$. Finn en formel for $p_n$. Hva skjer med $p_n$ når $n \to \infty$?

**b)** La $a_n$ være arealet til $s_n$. F.eks. er $a_1 = \sqrt{3}/4$. Finn en rekurensrelasjon for $a_n$.

**c)** Bevis ulikheten $\sqrt{3} \cdot 2^{3n-3} < 3^{2n}$ for $n \geq 1$.

**d)** Bruk del (c) til å bevise ulikheten

$$a_n < 3 \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2^n}\right)$$

**e)** Bevis at høyresiden av ulikheten i (d) er lik $6\left(1 - \frac{1}{2^{n+1}}\right)$. Finn $\lim_{n\to\infty} a_n$.