Norges teknisk–
naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under eksamen:
Marius Irgens 73 55 02 28

EKSAMEN I FAG TMA4140 DISKRET MATEMATIKK

Fredag 13. august 2004
Tid : 0900-1300

Tillatte hjelpemidler (Kode C): Enkel kalkulator (HP30S);
Rottmann: Matematisk formelsamling.

Alle svar skal begrunnes.

Sensurfrist: 1. september 2004

Oppgave 1 Bruk Euklids algoritme til å finne en invers til 11 modulo 26. Er det mulig å finne heltall x og y som løser følgende system? (Det kan være nyttig å kjenne en invers til 11 modulo 26.)

$$\begin{cases} 5x + 2y & \equiv & 1 \pmod{26} \\ 2x + 3y & \equiv & 2 \pmod{26} \\ 3x - y & \equiv & 3 \pmod{26} \end{cases}$$

Oppgave 2 Finn antall heltall i mengden $\{2, 4, 6, 8, \ldots, 2004\}$ (partall fra og med 2 til og med 2004) som er delelige med enten 8, 11 eller begge disse tallene?

Oppgave 3 Betrakt utsagnet $[p \wedge (p \to q)] \vee q$. Du skal forandre nøyaktig en av operatorene ($\wedge$, $\vee$ eller $\to$) til en annnen operator slik at du får en tautologi. (Du kan godt gjøre dette slik at du bare har to forskjellige operatorer i tautologien din.)

Oppgave 4 Konstruer en endelig-tilstands automat M som gjenkjenner den regulære mengden

$$a^*b \cup (ab)^*a.$$

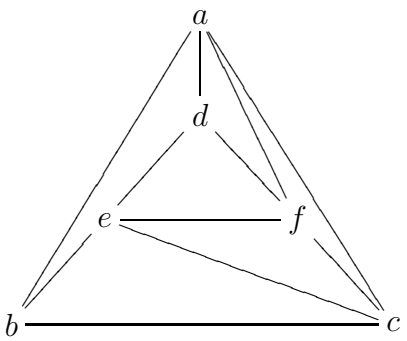
M behøver ikke være deterministisk. Representer M som en merket rettet graf der starttilstanden er tydelig merket. Forklar kort konstruksjonen din.

Oppgave 5 Bruk **matematisk induksjon** for å vise følgende formel for alle heltall $n \geq 0$.

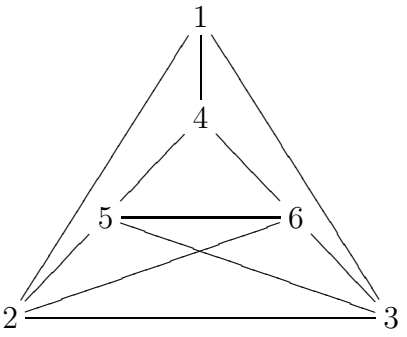
$$1^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2 + \cdots + (2n-1)^2 = \frac{4n^3 - n}{3}$$

Oppgave 6 Betrakt grafene G og H nedenfor. Hvis de er isomorfe, skriv ned en isomorfi, hvis ikke, forklar hvorfor de ikke er isomorfe.

G:



H :



Oppgave 7 På mengden $X = \{a, b, c, d, e\}$ har vi relasjonen

$$S = \{(a, b), (a, e), (b, c), (b, d)\}.$$

La R være den refleksive og transitive tillukningen til S. Forklar kort hvorfor R er en delvis ordning, og tegn Hassediagrammet for R.

Oppgave 8 Vi får oppgitt følgende liste av universelle adresser til alle bladene i et gitt tre med rot:

1.1, 1.2, 1.3, 2.1.2.1, 2.1.3, 2.2.1, 3, 4.1.1, 4.2

Det er nøyaktig en trykkfeil i listen. Finn denne. Husk, som i alle oppgavene, å begrunne svaret.