Norges teknisk–
naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

MIDTSEMESTERPRØVE I FAG TMA4140 DISKRET MATEMATIKK

Mandag 20. oktober 2003
Tid : 1515-1700

Tillatte hjelpemidler (Kode C): Enkel kalkulator (HP30S);
Rottmann: Matematisk formelsamling.

INSTRUKSJONER:

1. Oppgaveheftet skal ikke åpnes før dere får beskjed om dette.
2. Prøven har 10 flervalgsoppgaver og en oppgave som krever begrunnelse.
3. Flervalgsoppgavene har totalt 14 riktige svar og 28 gale svar. Legg merke til at dette betyr at noen oppgaver har mer enn ett riktig svar. Alle oppgavene har minst ett riktig svar. Hvert riktig svar gir to (2) poeng, hvert galt svar gir *minus* ett (-1) poeng. Det trekkes ikke poeng for manglende svar.
4. Oppgaven som krever en begrunnelse teller tolv (12) poeng.
5. Selv om summen skulle bli negativ vil laveste tellende poengsum fremdeles ikke være lavere enn null (0).
6. Svarene til flervalgsoppgaven skal leveres på eget ark. Dette arket er stiftet sammen med oppgavene.
7. Oppgaven som krever begrunnelse skal leveres på vanlige eksamensark. Dere får slike ark og kladdeark fra eksamensvaktene.
8. Pass på at studentnummeret ditt er skrevet på alle ark som leveres inn, inkludert svararket for flervalgsoppgaven.

Oppgave 1 I denne oppgaven er $f(x) = x \log x$. Hvilke av utsagnene under er sanne?

a) $f(x)$ er $O(x^2)$.

b) $f(x)$ er $\Omega(x)$.

c) $f(x)$ er $\Theta(x^2)$.

d) Ingen av alternativene over er sanne.

Oppgave 2 Hvilke av funksjonene nedenfor er bijeksjoner? (Vi minner om at en bijeksjon er en funksjon som både er en–til–en og på.)

a) $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}, \quad f(x) = 2x.$

b) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = 2x.$

c) $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}, \quad f(x) = x + 2.$

d) $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{N}, \quad f(x) = x^2.$

e) $f : \{0, 1, 2, 3, 4\} \to \{0, 1, 2, 3, 4\}, \quad f(x) = x^3 \textbf{ mod } 5.$

Oppgave 3 Hvilke av utsagnene under er logisk ekvivalente med utsagnet

$$(p \to q) \vee r$$

der p, q og r er utsagn og $P(x)$ er en utsagnsfunksjon.

a) $p \to q$

b) $(p \to q) \wedge r$

c) $(p \to q) \vee r \vee (\exists x P(x) \vee \forall x \neg P(x))$

d) $(\neg p \vee q) \vee r$

Oppgave 4 Det er kjent at prinsessen (P) er i et av fire rom og at det er en tiger (T) i hvert av de andre rommene. På døren til hvert rom står en tekst:
1: P er enten her eller i rom 3
2: Hvis P er her, da er teksten på døren til rom 3 usann
3: T er i rom 1 og T er i rom 4
4: Hvis T er her, da er P i rom 2
Det er kjent at en av tekstene er usann og at de tre andre er sanne. Hvor er prinsessen?

a) I rom 1.

b) I rom 2.

c) I rom 3.

d) I rom 4.

Oppgave 5 Vi har en boks med klosser. 20 av klossene er blå, 20 er runde og 20 har glatt overflate. Det er 40 klosser som har minst en av de tre nevnte egenskapene. Dessuten vet vi at det er 10 klosser som er både runde og blå, 10 som er både blå og har glatt overflate og 10 som er runde og har glatt overflate. Finnes det noen klosser i boksen som har alle tre egenskapene?

a) Ja.

b) Nei.

Oppgave 6 Hvilke av tallene nedenfor er inverser til 19 modulo 23?

a) -6

b) 6

c) 29

d) 40

e) 46

Oppgave 7 Hvilke av tallene nedenfor er kongruente med 10^{2003} modulo 101?

a) -10

b) 10

c) 2003

d) 10015

e) Ingen av de foregående tallene.

Oppgave 8 Syv kandidater stiller ved studentvalget. Ved avstemmingen skal hver student rangere de syv kandidatene. Hvor mange måter kan man stemme på? (Vi antar at alle kandidatene må rangeres.)

a) 1

b) 7

c) 7^2

d) $7!$

e) $\binom{7}{7}$

Oppgave 9 3 kvinner og 11 menn møtes for å spille fotball. La tallet A være antall forskjellige lag av 11 de kan stille med nøyaktig 2 kvinner og la B være antall lag av 11 de kan stille med nøyaktig 3 kvinner. Hvilke av utsagnene er sanne?

a) $A > B$

b) $A < B$

c) $A = B$

Oppgave 10 Hvilke av tallene nedenfor er løsninger til ligningssystemet

$$\begin{aligned} x &\equiv 3 \pmod{19} \\ x &\equiv 4 \pmod{23} \\ x &\equiv 5 \pmod{14} \end{aligned}$$

(Hint: $x = -3607$ er en løsning.)

a) 0

b) 2511

c) 2513

d) 8629

e) 8631

Vi minner om at neste oppgave skal skrives på eget ark og begrunnes!

Oppgave 11 Finn *alle* heltallsløsninger til ligningen under. Svaret skal begrunnes og alle utregninger skal vises. Hvis du bruker kalkulator i utregningene skal du antyde det hver gang den brukes. Hvis det ikke finnes noen heltallsløsninger skal du forklare hvorfor.

$$15x + 8y = 1$$

Studentnummer:

Kode: 168

Sett ett kryss for hvert riktig svaralternativ, la gale svaralternativ stå åpene. Hvis du gjør endringer, pass på at de er tydelige, **og** skriv hva svaret ditt er til høyre.

	a)	b)	c)	d)	e)
1.					–
2.					
3.					–
4.					–
5.			–	–	–
6.					
7.					
8.					
9.				–	–
10.					

Husk å svare på oppgave 11 på eget ark.