

FASIT - MIDTSEMESTERPRØVE 2006 TMA4150/MA2201

Oppgave 1 Første og tredje alternativ er grupper. I andre alternativ finnes det ikke noe enhetsselement: $a = a * e = \sqrt{ae} \Rightarrow a = e \forall a$. I fjerde alternativ er operasjonen for eksempel ikke assosiativ: $2 * (1 * 2) = 2 * \frac{1}{2} = \frac{2}{1/2} = 4$, mens $(2 * 1) * 2 = 2 * 2 = \frac{2}{2} = 1$.

Oppgave 2 Det er 5 slike grupper.

Oppgave 3 Ordenen er 12

Oppgave 4 $\sigma = (6472)(13)$. De andre er enten ikke lik σ eller ikke produkter av disjunkte sykler.

Oppgave 5 Undergruppen har orden 4 (som er lengden av sykkelen). Dermed har den indeks $(S_5 : \langle \tau \rangle) = \frac{5!}{4} = 30$.

Oppgave 6 Det er 4 ekte, ikke-trivielle undergrupper.

Oppgave 7 ϕ_1 og ϕ_3 er homomorfier.

Oppgave 8 Andre og fjerde utsagn er korrekte. For første utsagn har vi at $\phi[N]$ er normal i $\phi[G]$, men ikke nødvendigvis i G' . Det er ikke vanskelig å finne moteksempler. For det tredje utsagnet, se for eksempel på $A_n \leq S_n$. Da er faktorgruppen abelsk, men S_n er ikke det for $n > 2$.

Oppgave 9 Det er 25 fargelegginger som forblir like. Dette siden de to hjørnene som byttes om må ha samme farge. Dermed får vi $5 \cdot 5 = 25$ muligheter.

(Det har kommet noen kommentarer på at man vil kunne se forskjell likevel, siden hjørnene var merket. Det var ikke meningen at hjørnene skulle beholde merkingen gjennom speilingen. Litt avhengig av hvordan man tenker, ville man fått enten $|X_{\mu_1}| = 125$ (alt holdes fast) eller $|X_{\mu_1}| = 0$ (ingen ting holdes fast), og ingen av disse svarene er alternativer.)

Oppgave 10 Det blir 35 forskjellige måter.