TMA4150 Algebra og Tallteori
Vår 2013

Øving 0

Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Fra boka: Seksjon 2, oppgave 17, 18, 19, 20, 21 og 22 (side 26-27)

$\boxed{1}$ La $A = \{x, y\}$. La $B = \{x, y, z\}$.

a) Kartesisk produkt: Skriv ned alle elementene i $A \times A$ og i $A \times B$

b) Hvor mange delmengder finnes av $A \times B$?

c) Hvor mange forskjellige binæroperasjoner finnes på A? Enn på B?

d) Hvor mange funksjoner finnes fra A til B, og hvor mange fra B til A?
Hvor mange av disse er 1-1, hvor mange er på (surjektive)?
Hvor mange er bijektive (altså både på og 1-1)?

e) Hvor mange funksjoner finnes fra B til B?
Hvor mange av disse er 1-1, på, bijektive?

$\boxed{2}$ Alle tall er heltall i denne oppgaven.

a) Vi sier at $a \equiv b \pmod{n}$ hvis $n \mid (a - b)$, der n er positiv.[1]
Vis at $\equiv$ er en transitiv relasjon på mengden av heltall.

b) La $m > n > 0$. Vis at det finnes ett og bare ett par av heltall q, r som oppfyller

$$m = qn + r \text{ og } 0 \leq r < n.$$

c) La m være et vilkårlig heltall, og n et positive heltall. Vis at det finnes ett og bare ett par av heltall q, r, som oppfyller.

$$m = qn + r \text{ og } 0 \leq r < n.$$

Da kalles r **resten** når m deles på n.

d) La n være positiv, vis at $a \equiv b \pmod{n}$ hvis og bare hvis resten når a deles på n er den samme som resten når b deles på n.

[1] for to heltall x, y, sier vi at $x \mid y$ hvis y kan deles med x, det vil si at y er et multiplum av x