MA2201/TMA4150
Våren 2013

Løsningsforslag — Øving 2

Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematikk

Oppgaver fra boka

$\boxed{5.20}$ I tillegg til at enhver gruppe er en (uekte) undergruppe av seg selv, har vi følgende relasjoner:

$$(12\mathbb{Z},+) \leqslant (6\mathbb{Z},+) \leqslant (3\mathbb{Z},+) \leqslant (\mathbb{Z},+) \leqslant (\mathbb{R},+)$$
$$(\{6^n | n \in \mathbb{Z}\},\cdot) \leqslant (\mathbb{Q}^+,\cdot) \leqslant (\mathbb{R}^+,\cdot)$$
$$(\{\pi^n | n \in \mathbb{Z}\},\cdot) \leqslant (\mathbb{R}^+,\cdot)$$

$\boxed{5.53}$ For å sjekke om en relasjon er en ekvivalensrelasjon, må vi sjekke at den er refleksiv, symmetrisk og transitiv:

refleksiv: For $a \in G$ er $aa^{-1} = e \in H$, dermed er $a \sim a$.
symmetrisk: Om $a \sim b$ vet vi at $ab^{-1} \in H$. Men da er $ba^{-1} = (ab^{-1})^{-1} \in H$, og $b \sim a$.
transitiv: Om $a \sim b$, $b \sim c$ vet vi at $ab^{-1} \in H$ og $bc^{-1} \in H$. Da er $ac^{-1} = (ab^{-1})(bc^{-1}) \in H$.

Oppgaver på øving

$\boxed{1}$ En mulig isomorfi $f : (\mathbb{Z}_4,+) \to (\mathbb{Z}_5^*,\cdot)$ er definert ved

$$f(0) = 1 \qquad f(1) = 2 \qquad f(2) = 4 \qquad f(3) = 3.$$

Den andre muligheten er

$$g(0) = 1 \qquad g(1) = 3 \qquad g(2) = 4 \qquad g(3) = 2.$$

$\boxed{2}$ En slik undergruppe er mengden av av rotasjonssymmetrier (inkludert identiteten).