



Norges teknisk-naturvitenskapelige
universitet
Institutt for matematiske fag

MA2201/TMA4150

Vår 2013

Øving 5

Fra boka:

Seksjon 10: 39 og 40

Seksjon 11: 1, 6, 22, 26, 27, 39, 47, 48 og 49

mai 2003: oppgave 1

Betrakt

$$GL_2(\mathbb{Z}_5) = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{Z}_5, ad - bc \neq 0 \right\}$$

under matrisemultiplikasjon over $\mathbb{Z}_5$.

La H være en undergruppe av $GL_2(\mathbb{Z}_5)$ generert av $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ og $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

- a) Vis at H er abelsk. Finn ordenen til H .
- b) Hvilken abelsk gruppe på form $\mathbb{Z}_{p_1^{\alpha_1}} \times \cdots \times \mathbb{Z}_{p_m^{\alpha_m}}$, der $p_1, \dots, p_m$ er primtall og $\alpha_1, \dots, \alpha_m$ er naturlige tall, er H isomorf med?

des. 2009, oppgave 1

- a) Betrakt den abelske gruppa $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$. Finn alle undergrupper av orden 2 og av orden 4 i denne gruppa.
- b) Vis at dersom G er ei gruppe skrevet multiplikativt slik at $g^2 = 1_G$ for alle $g \in G$ (der 1_G er identitets-elementet i G), så er G abelsk.
- c) Vis at dersom G er ei endelig gruppe som i punkt b), så finnes et naturlig tall n slik at $|G| = 2^n$ og at G er isomorf med $\mathbb{Z}_2^n = \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2 \times \cdots \times \mathbb{Z}_2$, der det er n kopier av $\mathbb{Z}_2$ til høyre for likhetstegnet.