MA2201/TMA4150
Vår 2013

Øving 9

Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Oppgavene merket med * er litt vanskeligere.

Fra boka:

Seksjon 36: 1, 3, 5, 16, 17*, 19*

Eksamensoppgaver

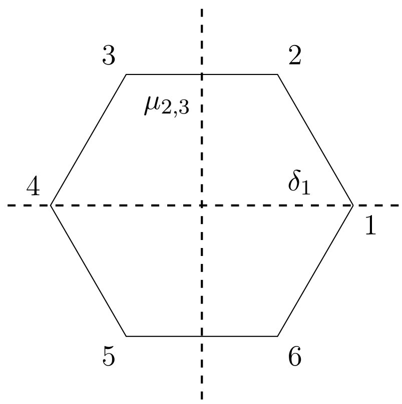
mai 2004: 6 La G være en gruppe med 12 elementer. Vis at G ikke er en simpel gruppe.

mai 2007: 8

a) La G_1 være en gruppe av orden 35. Vis at G_1 har en normal undergruppe.

b) La p og q være to forskjellige primtall, og la G_2 være en gruppe av orden pq. Vis at G_2 har en normal undergruppe.

aug 2010: 3 La D_{12} være gruppen av symmetrier på en sekskant, det vil si en gruppe av orden 12 under sammensettning av symmetrier, bestående av seks rotasjoner $\{\rho_0, \rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4, \rho_5\}$, tre speilinger om en akse gjennom to motstående hjørner $\{\delta_1, \delta_2, \delta_3\}$ og tre speilinger om en akse gjennom to motstående sider $\{\mu_{1,2}, \mu_{2,3}, \mu_{3,4}\}$. Se også figuren:



a) Hvor mange Sylow-3-undergrupper finnes det av D_{12}?

La H=$\{\rho_0, \delta_1, \delta_1\mu_{2,3}, \mu_{2,3}\}$.

b) Vis at $\delta_1\mu_{2,3} = \mu_{2,3}\delta_1$, og bruke det til vise at H er en undergruppe av D_{12}.

c) Er H en normal undergruppe av D_{12}? Hvor mange Sylow 2-undergrupper finnes det av D_{12}?

des 2011: 3* La S_5 være gruppen av permutasjoner over $\{1, 2, 3, 4, 5\}$.

La $\sigma = (1, 2, 3, 4, 5)$ og $\tau = (1, 3, 4, 5, 2)$.

a) Beregn $\sigma\tau$, og vis at $\sigma\tau$ har orden 2.

Skriv σ som et produkt av transposisjoner (sykler av lengde to). Er σ en like eller odde permutasjon?

b) Bestem ordenen til σ og τ.

Finn de sykliske undergruppene $H_1 = \langle\sigma\rangle$ og $H_2 = \langle\tau\rangle$ av G generert av henholdsvis σ og τ.

Er disse to undergruppene like? Er H_1 og H_2 isomorfe som grupper?

c) Hvor mange forskjellige Sylow 5-undergrupper har G?

d) La H være undergruppen av G være generert av $\{\sigma, \tau\}$. Hvorfor er H inneholdt i den alternerende gruppen A_5 (undergruppen av G som inneholder alle de like permutasjonene)? Det kan vises at H har orden 60. Gitt dette, hvorfor er $H = A_5$?