**Oppgave 1** Betrakt systemet

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

**a)** Skissér fasediagrammet med orientering for systemet.

**b)** Finn den generelle løsningen for systemet.

**Oppgave 2** Betrakt systemet

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y - x^4 + 1 \\ \dot{y} &= y + x^4 - 1. \end{aligned}$$

**a)** Finn og klassifiser alle likevektspunkter til systemet.

**b)** Skissér fasediagrammet med orientering for systemet.

**Oppgave 3** Avgjør om origo er en stabil, asymptotisk stabil eller ustabil likevektspunkt for systemet

**a)**

$$\begin{aligned} \dot{x} &= 5x + y - 4z \\ \dot{y} &= 2y \\ \dot{z} &= 4x + y + 5z. \end{aligned}$$

**b)**

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \frac{1 - 3t^2}{1 + t^2} x + (e^{-t} + 2)y \\ \dot{y} &= \frac{1}{1 + t^4} x - 4y. \end{aligned}$$

**c)**

$$\begin{aligned} \dot{x} &= 3y - x^3 - xy^2 \\ \dot{y} &= -3x - y^3 + x^2 y. \end{aligned}$$

**Oppgave 4** Finn indeksen til $(1,0)$ for

$$\begin{aligned}\dot{x} &= (x-y-1)(y-(x-1)^2)\\ \dot{y} &= y.\end{aligned}$$

**Oppgave 5** Avgjør om systemet

$$\begin{aligned}\dot{x} &= x^3 - x^2y + 2x^3y\\ \dot{y} &= xy^2 - 3x^2y^2 + y\end{aligned}$$

har ikke-konstante periodiske løsninger.

**Oppgave 6** Gitt systemet

$$\dot{x} = \lambda x + f(x,y) \tag{1}$$
$$\dot{y} = \mu y + g(x,y) \tag{2}$$

med $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$.

Gjengi definisjonen av asymptotisk stabil for en løsning.

Anta i tillegg at

- $0 < \lambda < \mu$,
- $\lim\limits_{x^2+y^2 \to 0} \dfrac{f(x,y)^2 + g(x,y)^2}{x^2+y^2} = 0$,
- $f(x,y) = -2\mu x^3 + O(x^2+y^2)$ når $x^2+y^2 \to \infty$,
- $g(x,y) = -2\mu y^3 + O(x^2+y^2)$ når $x^2+y^2 \to \infty$,
- origo er det eneste likevektspunktet.

Vis at det gitte systemet i dette tilfellet har ikke-konstante periodiske løsninger.