Sannsynlighet

- Sannsynlighet: Et sannsynlighetsmål P på et utfallsrom S er en reell funksjon definert på hendelser i S slik at
  1) $0 \leq P(A) \leq 1$ for alle $A \subseteq S$.
  2) $P(S) = 1$.
  3) dersom $A_1, A_2, \ldots$ er parvis disjunkte så er

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i).$$

- Vi har vist at definisjonen over impliserer at $P(\emptyset) = 0$.
- Tolkning av sannsynlighet: $P(A)$ er den relative hyppigheten av hendelsen A når antall forsøk går mot uendelig.

Uniform sannsynlighetsmodell

- Modellantagelser:
  - la $S = \{e_1, e_2, \ldots, e_m\}$ (dvs. endelig utfallsrom)
  - anta at
    $$P(\{e_1\}) = P(\{e_2\}) = \ldots = P(\{e_m\}).$$
- For en hendelse $A = \{e_{i_1}, e_{i_2}, \ldots, e_{i_g}\} \subseteq S$ har vi da utledet at

$$P(A) = \frac{g}{m} = \frac{\#gunstige}{\#mulige}.$$

Kombinatorikk/Telleregler

- Multiplikasjonssetningen: En operasjon kan utføres på n_1 måter, og for hver av disse kan en annen operasjon utføres på n_2 måter, og for hver kombinasjon av disse kan en tredje operasjon utføres på n_3 måter, osv. opp til n_k. Da kan de k operasjonene til sammen utføres på
$$n_1 n_2 \cdot \ldots \cdot n_k$$
måter.
- Antall permutasjoner av r elementer trukket fra n er
$$_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} = n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot (n-r+1).$$
- Neste spørsmål: Hvor mange permutasjoner finnes når noen av elementene er like?
  - tenker på urne med kuler av forskjellige farger
  - kan ikke se forskjell på kuler av samme farge

Kombinatorikk/Telleregler

- Multiplikasjonssetningen: En operasjon kan utføres på n_1 måter, og for hver av disse kan en annen operasjon utføres på n_2 måter, og for hver kombinasjon av disse kan en tredje operasjon utføres på n_3 måter, osv. opp til n_k. Da kan de k operasjonene til sammen utføres på
$$n_1 n_2 \cdot \ldots \cdot n_k$$
måter.
- Teorem: Antall forskjellige permutasjoner av n elementer der n_1 er av type 1, n_2 av type 2, ..., n_k av type k (slik at $n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$) er
$$\frac{n!}{n_1! n_2! \cdot \ldots \cdot n_k!} = \binom{n}{n_1, n_2, \ldots, n_k}.$$

Antall permutasjoner

- Teorem: Antall forskjellige permutasjoner av n elementer der n_1 er av type 1, n_2 av type 2, ..., n_k av type k (slik at $n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$) er

$$\frac{n!}{n_1!n_2! \cdot \ldots \cdot n_k!} = \binom{n}{n_1, n_2, \ldots, n_k}.$$

Antall permutasjoner

- Teorem: Antall forskjellige permutasjoner av n elementer der n_1 er av type 1, n_2 av type 2, ..., n_k av type k (slik at $n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$) er

$$\frac{n!}{n_1! n_2! \cdot \ldots \cdot n_k!} = \binom{n}{n_1, n_2, \ldots, n_k}.$$

- Teorem: n objekter kan deles inn i r grupper slik at n_1 er i gruppe 1, n_2 i gruppe 2, ..., n_r i gruppe r (hvor $n_1 + n_2 + \ldots + n_r = n$) på

$$\frac{n!}{n_1! n_2! \cdot \ldots \cdot n_r!} = \binom{n}{n_1, n_2, \ldots, n_r}$$

måter.