

Funksjoner av stokastiske variabler (Kap 7)

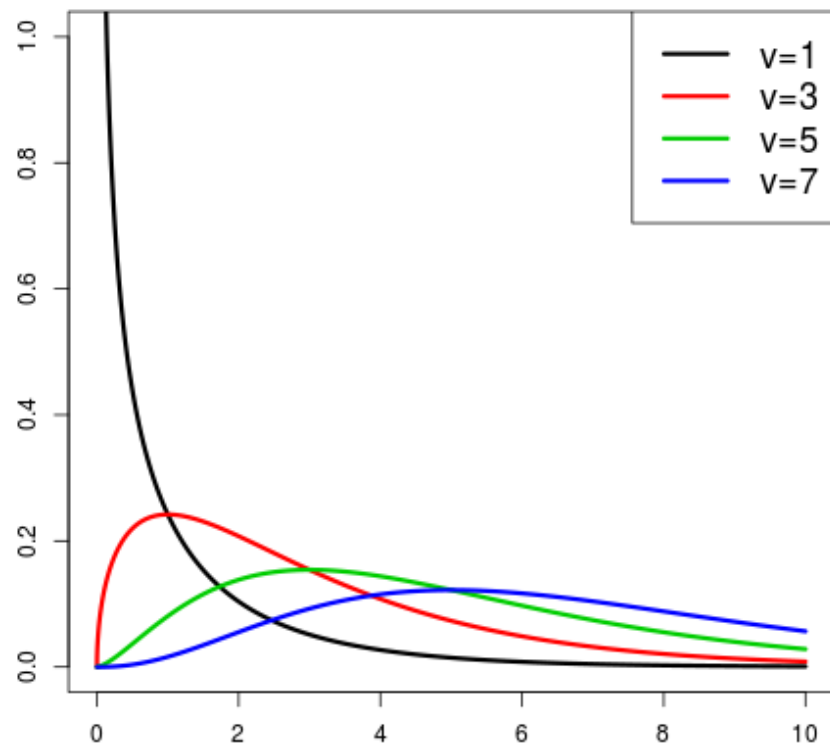
- Funksjon av **en** SV:
 - Vi vet fordeling til X hva er fordeling til $Y = u(X)$ hvor $u(\cdot)$ er én-entydig
- Funksjon av **flere** SV X_1, \dots, X_n som er u.i.f (uavhengige og identisk fordelt)
 - Hva er fordeling til $\max(X_1, \dots, X_n)$ og $\min(X_1, \dots, X_n)$ (ekstremvariabler)?
 - Hva er fordeling til en lineærkombinasjon av X_1, \dots, X_n ?

- 1 **Direkte fra kumulativ fordeling (i dag)**
 - Transformasjonformler (Kap 7.2: Teorem 7.1 og 7.3) for funksjoner av EN stokastisk variabel
 - Notat om "Ordningsvariabler og ekstremvariabler" for flere uavhengige stokastiske variabler
- 2 **Ved å gå i et annen verden (tilsvarende Laplace-transformasjon i Matte 4) (neste gang)**
 - Momentgenererende funksjon (Kap 7.3) for lineærkombinasjoner av flere uavhengige stokastiske variabler

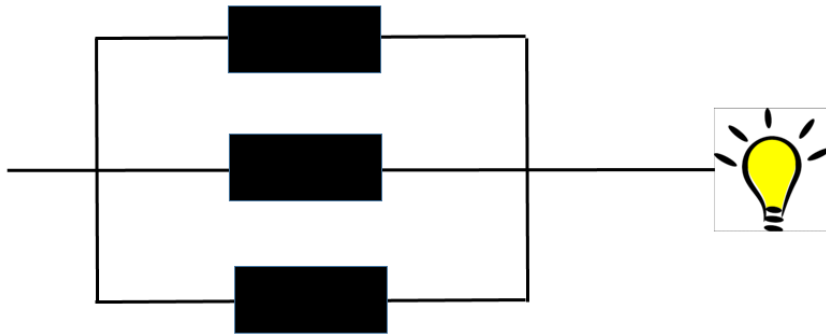
Funksjoner av stokastiske variabler - Eksempel

- Vi vet fordeling av X , hva er fordeling til
 - $Y = aX + b$
 - $Y = X^2$
- Vi har allerede lært å regne $E(Y)$ og $\text{Var}(X)$
- Vi har allerede brukt $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ når $X \sim N(\mu, \sigma)$

Chi-kvadrat fordeling



Eksempel



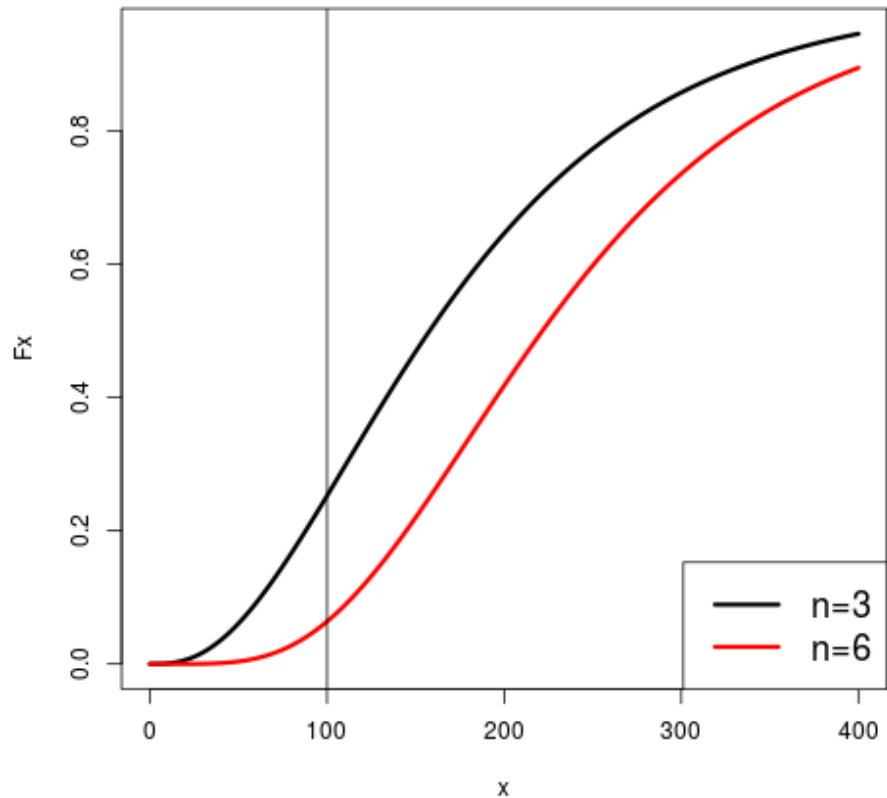
• a)



• b)

Eksempel - Maksimum

Kumulativ fordeling av $Y = \max(X_1, \dots, X_n)$ for $N = 3, 6$ for $X \sim \exp(\lambda)$



k th ordningsvariabel

Vi ser på $X_{(k)}$

- $F_{X_{(k)}}(x) = P(X_{(k)} \leq x) = P(k \text{ eller flere } X_i \leq x)$
- Vi har en binomisk situasjon:
 - n forsøk
 - i hver forsøk registrerer vi om $X_i \leq x$ eller ikke
 - $P(X_i \leq x) = F_X(x)$ for alle forsøkene
 - og de n forsøk er uavhengige

$$F_{X_{(k)}}(x) = \sum_{j=k}^n \binom{n}{j} [F_X(x)]^j [1 - F_X(x)]^{n-j}$$

For kontinuerli SV kan vi finne

$$f_{X_{(k)}}(x) = n \binom{n-1}{k-1} [F_X(x)]^{k-1} [1 - F_X(x)]^{n-k} f_X(x)$$

- 1 **Direkte fra kumulativ fordeling (i dag)**
 - Transformasjonformler (Kap 7.2: Teorem 7.1 og 7.3) for funksjoner av EN stokastisk variabel
 - Notat om "Ordningsvariabler og ekstremvariabler" for flere uavhengige stokastiske variabler
- 2 **Ved å gå i et annen verden (tilsvarende Laplace-transformasjon i Matte 4) (neste gang)**
 - Momentgenererende funksjon (Kap 7.3) for lineærkombinasjoner av flere uavhengige stokastiske variabler