



Lineær regresjon

Torstein Fjeldstad

Institutt for matematiske fag, NTNU

09.11.2018

I dag



- Praktisk informasjon
- Fullføre kap. 10 (hypotesetest)
- Lineær regresjon



Informasjon

Informasjon I



- Sara vil vere vikar måndag 19.11 (repetisjon blokk 1)
- Du er **sjølve** ansvarleg for at du har godkjend øvingsopplegg
- Eksamen onsdag 28.11
- Det vil bli spørjetimer/statistikklab før eksamen. Tidspunkt vil bli lagt ut på heimesida snart

Informasjon II



Tentativ plan

Dato	Plan
09.11	Avslutning av hypotesetest og introduksjon til lineær regresjon
12.11	Egenskaper til estimatorar (lineær regresjon)
16.11	Prediksjonsintervall og residualplott
19.11	Oppsummering blokk 1
23.11	Oppsummering blokk 2

Informasjon III



Kræsjkurs onsdag 21.11 klokka 16:15 i F1

1. Send forslag til oppgåver/tema til torstein.fjeldstad@ntnu.no innan onsdag 14.11



NOKUT undersøking



NOKUT undersøking

Du kan vinne gavekort på 5 000 kr



Hypotesetest to-utval

Eksempel meningsmåling



Meningsmåling med kun to alternativ ja/nei.

Utfører meningsmålinga to gonger og vil avgjere om andelen "ja" har endra seg.

Eksempel meningsmåling



Meningsmåling med kun to alternativ ja/nei.

Utfører meningsmålinga to gonger og vil avgjere om andelen "ja" har endra seg.

- 1. meningsmåling: spør n personar, X svarar "ja", dvs.
 $X \sim b(x; n, p_1)$
- 2. meningsmåling: spør m personar, Y svarar "ja", dvs.
 $Y \sim b(x; m, p_2)$

Eksempel meningsmåling



Meningsmåling med kun to alternativ ja/nei.

Utfører meningsmålinga to gonger og vil avgjere om andelen "ja" har endra seg.

- 1. meningsmåling: spør n personar, X svarar "ja", dvs.
 $X \sim b(x; n, p_1)$
- 2. meningsmåling: spør m personar, Y svarar "ja", dvs.
 $Y \sim b(x; m, p_2)$

Har andelen "ja" endra seg?



Enkel lineær regresjon

Enkel lineær regresjon



Situasjon: har observert $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$.

- $x_1, x_2, \dots, x_n$ er kjende tal
- $y_1, y_2, \dots, y_n$ er realisasjoner frå uavhengige stokastiske variablar $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ med

$$Y_i \sim n(y_i; \alpha + \beta x_i, \sigma)$$

Mål (i dag): estimere α, β og σ^2

- Minste kvadraters metode
- Sannsynsmaksimeringsprinsippet

SME enkel lineær regresjon I

Maksimer log-rimelighetsfunksjon

$$l(\alpha, \beta, \sigma^2) = -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (y_i - \alpha - \beta x_i)^2$$

Får følgende likningssystem:

$$n\alpha + \beta \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i \quad (1)$$

$$\alpha \sum_{i=1}^n x_i + \beta \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i y_i \quad (2)$$

$$\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (y_i - \alpha - \beta x_i)^2 = n \quad (3)$$

SME enkel lineær regresjon II



SME

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) Y_i}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad \hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{\beta} \bar{x} \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta} x_i)^2$$

Måndag



— Fortsetjing lineær regresjon