



Sannsynsmaksimeringsestimator

Torstein Fjeldstad

Institutt for matematiske fag, NTNU

16.10.2018

I dag



- Repetisjon
- Sannsynsmaksimeringsestimatoren



Repetisjon

Definisjon

Anta at me har eit tilfeldig utval X_1, X_2, \dots, X_n frå $f(x; \theta)$ -populasjonen, der verdien til parameteren θ er ukjend. Ein estimator er ein observator som nyttast til å anslå verdien til θ .

Forventningsrett estimator

Ein observator $\hat{\theta}$ seies å verre ein forventningsrett (eng: unbiased) estimator for parameteren θ dersom

$$E(\hat{\theta}) = \theta.$$

Effisient estimator

Av fleire forventningsrette estimatorar for θ seier me at den med minst varians er den mest effisiente.

Me føretrekk den mest effisiente estimatoren.



Kva om \bar{X}_n ikkje er ein estimator for θ ?



Sannsynsmaksimeringsestimator (SME)

Problemstilling



- **Situasjon:** Anta X_1, X_2, \dots, X_n tilfelling utval frå $f(x; \theta)$ -populasjonen.

Problemstilling



- **Situasjon:** Anta X_1, X_2, \dots, X_n tilfeldig utval frå $f(x; \theta)$ -populasjonen.
- **Mål:** Definere ei oppskrift på korleis me kan nytte observerte verdiar x_1, x_2, \dots, x_n til å finne ein estimator for $\theta, \hat{\theta}$.

Problemstilling



- **Situasjon:** Anta X_1, X_2, \dots, X_n tilfeldig utval frå $f(x; \theta)$ -populasjonen.
- **Mål:** Definere ei oppskrift på korleis me kan nytte observerte verdiar x_1, x_2, \dots, x_n til å finne ein estimator for $\theta, \hat{\theta}$.

Forrige veke snakka me om (punkt)estimatorar $\hat{\theta}$, men desse blei ofte foreslått "ut av det blå".

Problemstilling



- **Situasjon:** Anta X_1, X_2, \dots, X_n tilfeldig utval frå $f(x; \theta)$ -populasjonen.
- **Mål:** Definere ei oppskrift på korleis me kan nytte observerte verdiar x_1, x_2, \dots, x_n til å finne ein estimator for $\theta, \hat{\theta}$.

Forrige veke snakka me om (punkt)estimatorar $\hat{\theta}$, men desse blei ofte foreslått "ut av det blå".

- I dag skal me sjå på ei oppskrift på korleis me kan foreslå ein estimator.

Eksempel



- Undersøk levetida X til elektroniske komponentar
- Anta at levetida er eksponentialfordelt ($E(X) = 1/\lambda$, λ ukjend)
- Test n komponenter

$$X_1 \sim f(x_1; \lambda)$$

$$X_2 \sim f(x_2; \lambda)$$

$$\vdots$$

$$X_n \sim f(x_n; \lambda)$$

Sannsynsmaksimeringsestimator (SME)

Oppskrift for å finne SME

1. Finn simultanfordelinga til X_1, X_2, \dots, X_n :

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = f(x_1; \theta)f(x_2; \theta) \dots f(x_n; \theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta)$$

Sannsynsmaksimeringsestimator (SME)

Oppskrift for å finne SME

1. Finn simultanfordelinga til X_1, X_2, \dots, X_n :

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = f(x_1; \theta)f(x_2; \theta) \dots f(x_n; \theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta)$$

2. Definer rimelighetsfunksjonen (eng: likelihood function)

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta)$$

Sannsynsmaksimeringsestimator (SME)

Oppskrift for å finne SME

1. Finn simultanfordelinga til X_1, X_2, \dots, X_n :

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = f(x_1; \theta)f(x_2; \theta) \dots f(x_n; \theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta)$$

2. Definer rimelighetsfunksjonen (eng: likelihood function)

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta)$$

3. For å forenkle rekninga ser me ofte på log-rimelighetsfunksjonen

$$l(\theta) = \ln L(\theta) = \sum_{i=1}^n \ln f(x_i; \theta)$$

Sannsynsmaksimeringsestimator (SME)

Oppskrift for å finne SME

1. Finn simultanfordelinga til X_1, X_2, \dots, X_n :

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = f(x_1; \theta)f(x_2; \theta) \dots f(x_n; \theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta)$$

2. Definer rimelighetsfunksjonen (eng: likelihood function)

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta)$$

3. For å forenkle rekninga ser me ofte på log-rimelighetsfunksjonen

$$l(\theta) = \ln L(\theta) = \sum_{i=1}^n \ln f(x_i; \theta)$$

4. Maksimer (log-)likelihood mhp θ :

$$\hat{\theta}_{SME} = \arg \max_{\theta} L(\theta) = \arg \max_{\theta} l(\theta)$$

Torsdag



— Konfidensintervall