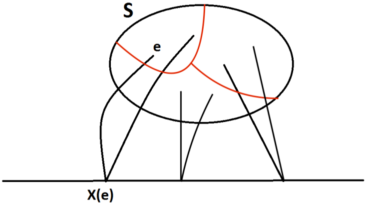
# Stokastisk Variabel (SV)

- En stokastisk variabel $X$ er en reel funksjon på utfallsrommet $S$

$$X : S \to \mathcal{R}$$

$$X(e) = x$$




- Stor bokstav $X$ for den stokastiske variabelen
- Liten bokstav $x$ for en bestemt realisering $X(e) = x$

# Stokastisk Variabel

To situasjoner:

**Diskret** hvis mengden av mulige realisering er endelig eller tellbar

**Kontinuerlig** hvis mengden av mulig realisering er ikke tellbart, typisk $\mathcal{R}$, eller $(a, \infty)$ eller $(a, b)$

# Diskret Stokastisk variabel - I

Hvordan beskriver vi en diskret SV $X$

- Sannsynlighet fordeling (punkt sannsynlighet)

$$P(X = x) = f(x)$$

  - Merk: $P(X = x) = P(e \in \mathcal{S} | X(e) = x)$
- Egenskaper til $f$
  - $0 \leq f(x) \leq 1$ for alle mulige verdier av $x$
  - $\sum_x f(x) = 1$
- Kumulative sannsynlighet fordeling

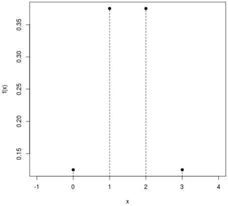
$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{t \leq x} f(t)$$

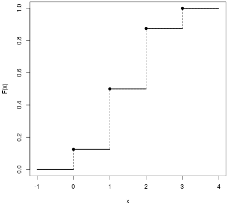
- Egenskaper til $F$
  - $0 \leq F(x) \leq 1$
  - $F(x)$ er en voksende trappe-funsjon

# Diskret Stokastisk variabel - II

Kast 3 mynt: $X = \{\text{antall kroner}\}$

| $x$ | $P(X = x)$ |
|---|---|
| 0 | $1/8$ |
| 1 | $3/8$ |
| 2 | $3/8$ |
| 3 | $1/8$ |




- $f(x)$ er definert bare på de verdiene som $X$ kan ta mens $F(x)$ er definert over hele $\mathcal{R}$
- Differanse mellom "$<$" of "$\leq$" er viktig
  - I vårt eksampel er
  - $P(X < 0) = 0$
  - $P(X \leq 0) = 1/8$

# Kontinuerlig stokastisk variabel - I

- Sannsynlighet fordeling (sannsynlighetstetthet)

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x)dx$$

- Egenskaper til $f$
    - $f(x) \geq 0$ for alle $x \in \mathcal{R}$
    - $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$
- kumulative sannsynlighet fordeling

# Kontinuerlig stokastisk variabel - I

- Sannsynlighet fordeling (sannsynlighetstetthet)

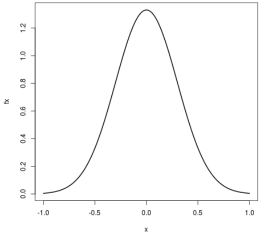
$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x)dx$$

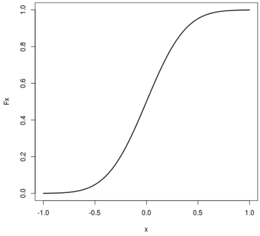
- Egenskaper til $f$
  - $f(x) \geq 0$ for alle $x \in \mathcal{R}$
  - $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$
- kumulative sannsynlighet fordeling

$$F(x) = P(X < x) = \int_{-\infty}^{x} f(u)du$$

- Egenskaper til $F$
  - $0 \leq F(x) \leq 1$
  - $F(x)$ er en stigende, kontinuerlig funksjon

# Kontinuerlig Stokastisk variabel - II




- $f(x) > 1$ er muling. Dette er ikke en sannsynlighet
- Differanse mellom "$<$" of "$\leq$" er ikke viktig

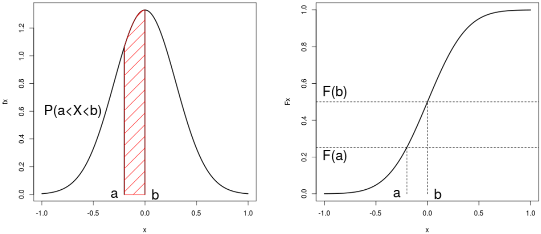
$$P(a < X < b) = P(a \leq X < b) = P(a < X \leq b) = P(a \leq X \leq b)$$

- $P(a < X < b) = \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$
- For en kontinuerlig SV er

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$$

der den deriverte eksisterer.

# Kontinuerlig Stokastisk variabel - II




- $f(x) > 1$ er muling. Dette er ikke en sannsynlighet
- Differanse mellom "$<$" of "$\leq$" er ikke viktig

$$P(a < X < b) = P(a \leq X < b) = P(a < X \leq b) = P(a \leq X \leq b)$$

- $P(a < X < b) = \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$
- For en kontinuerlig SV er

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$$

der den deriverte eksisterer.

# Exempel

- Vi har registrert vekt og høyde av 202 atleter

$$X = \{\text{Vekt}\}$$

$$Y = \{\text{Høyde}\}$$

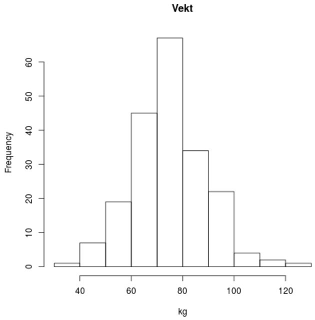
# Exempel

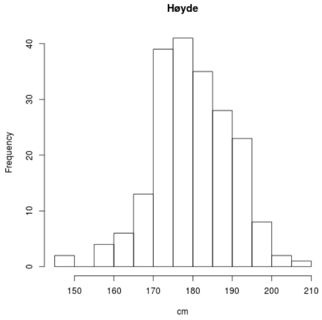
- Vi har registrert vekt og høyde av 202 atleter

$$X = \{\text{Vekt}\}$$

$$Y = \{\text{Høyde}\}$$

- Vi kan se på fordeling av de to variablene hver for seg



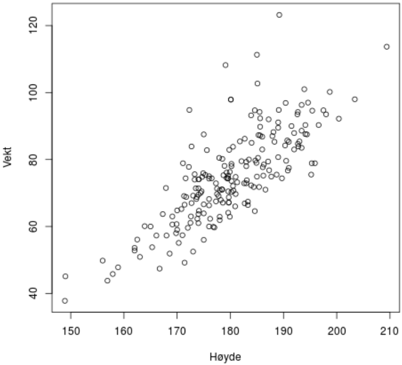



# Exempel

- Hva hvis vi ønsker å si noe om forholdet mellom $X$ og $Y$?
    - Er de høyeste også tyngeste?

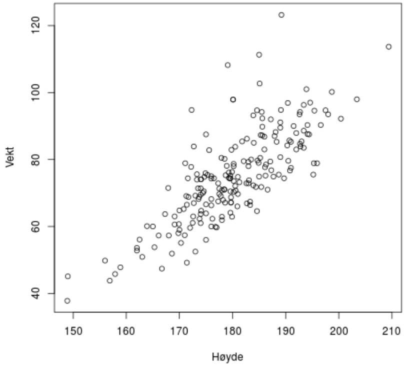
# Exempel

- Hva hvis vi ønsker å si noe om forholdet mellom $X$ og $Y$?
  - Er de høyeste også tyngeste?



# Exempel

- Hva hvis vi ønsker å si noe om forholdet mellom $X$ og $Y$?
  - Er de høyeste også tyngeste?




- Vi trenger en måte å beskrive $X$ of $Y$ samtidig: vi trenger en simultan fordeling!

# Eksempel for $f(x, y)$

| | | $x$ | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 0 | 1 | 2 | $h(y)$ |
| | 0 | 0.07 | 0.20 | 0.07 | |
| $y$ | 1 | 0.27 | 0.27 | 0 | |
| | 2 | 0.12 | 0 | 0 | |
| $g(x)$ | | | | | 1 |

# Eksempel for $f(x, y)$

| | | $x$ | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 0 | 1 | 2 | $h(y)$ |
| | 0 | 0.07 | 0.20 | 0.07 | 0.34 |
| $y$ | 1 | 0.27 | 0.27 | 0 | 0.54 |
| | 2 | 0.12 | 0 | 0 | 0.12 |
| $g(x)$ | | 0.46 | 0.47 | 0.07 | 1 |