Funksjoner av stokastiske variabler

- ⋆ Situasjon:
  - Vi har $X_1, X_2, \dots, X_n$ uavhengige
  - X_i'ene har kjente sannsynlighetsfordelinger
  - Ny stokastisk variabel: $Y = u(X_1, X_2, \dots, X_n)$
  - Hvordan kan vi da finne hvilken fordeling Y har?
- ⋆ Finnes ikke en fremgangsmåte som alltid fungerer
  - hvordan regne avhenger av egenskapene til $u(\cdot, \cdot, \dots, \cdot)$
- ⋆ Skal se på tre klasser av funksjoner $u(\cdot, \cdot, \dots, \cdot)$:
  - kun en X_i (dvs $n = 1$), $u(\cdot)$ er én-entydig
    - + transformasjonsformelen
  - flere X_i'er ($n > 1$), $u(\cdot, \cdot, \dots, \cdot)$ gir den k-te minste verdien
    - + ordnings- og ekstremvariabler
  - flere X_i'er ($n \geq 1$), $u(\cdot, \cdot, \dots, \cdot)$ er en lineær funksjon
    - + momentgenererende funksjoner

Momentgenererende funksjoner

- Definisjon: Momentgenererende funksjon til en SV X er

$$M_X(t) = \mathrm{E}\left[e^{tX}\right] = \begin{cases} \sum_x e^{tx} f(x) & \text{hvis } X \text{ er diskret SV,} \\ \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} f(x) \mathrm{d}x & \text{hvis } X \text{ er kont. SV} \end{cases}$$

- Teorem:

$$M_X^{(r)}(0) = \mathrm{E}\left[X^r\right] \quad \text{for } r = 1, 2, \ldots$$

  - bevis ved å derivere på innsida av integraltegnet (evnt. summetegnet)