Forventningsverdi og varians

- For en stokastisk variabel X med fordeling $f(x)$ har vi
  - forventningsverdi

$$\mu = \mu_X = \mathrm{E}[X] = \begin{cases} \sum_x x f(x) & \text{hvis } X \text{ er diskret SV,} \\ \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) \mathrm{d}x & \text{hvis } X \text{ er kont. SV} \end{cases}$$

  - varians

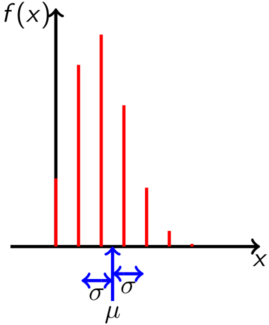
$$\sigma^2 = \sigma_X^2 = \mathrm{Var}[X] = \mathrm{E}\left[(X - \mu_X)^2\right]$$

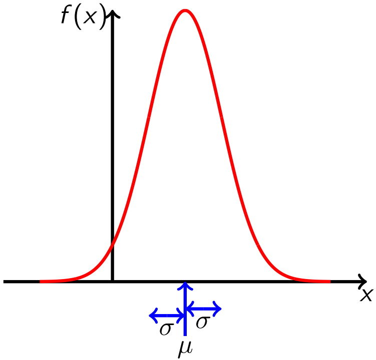
  - standardavvik

$$\sigma = \sigma_X = \sqrt{\mathrm{Var}[X]} = \sqrt{\mathrm{E}\left[(X - \mu)^2\right]}$$

Intuisjon om forventningsverdi og standardavvik

- ⋆ Forventningsverdi, μ:
  - tolkning: "gjennomsnitt av uendelig mange realisasjoner av X"
  - definert på samme måte som tyngdepunktet til et legeme
- ⋆ Standardavvik, $\mathrm{SD}[X] = \sqrt{\mathrm{Var}[X]}$:
  - "typisk" avvik mellom X og μ





Regneregler for E[·] og Var[·]

- $\text{Var}[X] = \text{E}\left[X^2\right] - (\text{E}[X])^2$
- $\text{Cov}[X, Y] = \text{E}\left[XY\right] - \text{E}[X] \cdot \text{E}[Y]$
- Lineære funksjoner:

$\text{E}[aX] = a\text{E}[X]$	$\text{Var}[aX] = a^2\text{Var}[X]$
$\text{E}[X + Y] = \text{E}[X] + \text{E}[Y]$	$\text{Var}[X + Y] = \text{Var}[X] + \text{Var}[Y] + 2\text{Cov}[X, Y]$
$\text{E}[a] = a$	$\text{Var}[a] = 0$

- Kovarians
  - $\text{Cov}[aX, bY] = ab\text{Cov}[X, Y]$
  - $\text{Cov}[X, a] = \text{Cov}[a, X] = 0$
- Hvis X og Y er uavhengige:
  -
  -
  -

Regneregler for $\mathrm{E}[\cdot]$ og $\mathrm{Var}[\cdot]$

- ⋆ $\mathrm{Var}[X] = \mathrm{E}\left[X^2\right] - (\mathrm{E}[X])^2$
- ⋆ $\mathrm{Cov}[X, Y] = \mathrm{E}[XY] - \mathrm{E}[X] \cdot \mathrm{E}[Y]$
- ⋆ Lineære funksjoner:

$\mathrm{E}[aX] = a\mathrm{E}[X]$	$\mathrm{Var}[aX] = a^2\mathrm{Var}[X]$
$\mathrm{E}[X + Y] = \mathrm{E}[X] + \mathrm{E}[Y]$	$\mathrm{Var}[X + Y] = \mathrm{Var}[X] + \mathrm{Var}[Y] + 2\mathrm{Cov}[X, Y]$
$\mathrm{E}[a] = a$	$\mathrm{Var}[a] = 0$

- ⋆ Kovarians
  - $\mathrm{Cov}[aX, bY] = ab\mathrm{Cov}[X, Y]$
  - $\mathrm{Cov}[X, a] = \mathrm{Cov}[a, X] = 0$
- ⋆ Hvis X og Y er uavhengige:
  - $\mathrm{E}[XY] = \mathrm{E}[X] \cdot \mathrm{E}[Y]$
  - $\mathrm{Cov}[X, Y] = 0$
  - $\mathrm{Var}[X + Y] = \mathrm{Var}[X] + \mathrm{Var}[Y]$

Multinomisk fordeling (nytt)

- Generalisering av binomisk fordeling
  - k mulige utfall i hvert enkeltforsøk
  - $k = 2$ gir binomisk fordeling

Multinomisk fordeling (nytt)

- Generalisering av binomisk fordeling
  - k mulige utfall i hvert enkeltforsøk
  - $k = 2$ gir binomisk fordeling
- Situasjon:

i) gjentar et forsøk n ganger

ii) hvert forsøk gir ett av k mulige resultater, $E_1, E_2, \ldots, E_k$

iii) sannsynligheten for E_1 er p_1, sannsynligheten for E_2 er p_2, ..., sannsynligheten for E_k er p_k i alle forsøk (må ha $p_1 + p_2 + \ldots + p_k = 1$)

iv) de n forsøkene er uavhengige

Multinomisk fordeling (nytt)

- Generalisering av binomisk fordeling
  - k mulige utfall i hvert enkeltforsøk
  - $k = 2$ gir binomisk fordeling
- Situasjon:
  - *i*) gjentar et forsøk n ganger
  - *ii*) hvert forsøk gir ett av k mulige resultater, $E_1, E_2, \ldots, E_k$
  - *iii*) sannsynligheten for E_1 er p_1, sannsynligheten for E_2 er p_2, ..., sannsynligheten for E_k er p_k i alle forsøk (må ha $p_1 + p_2 + \ldots + p_k = 1$)
  - *iv*) de n forsøkene er uavhengige
- La X_1 være antall forsøk som gav E_1, la X_2 være antall forsøk som gav E_2, ..., la X_k være antall forsøk som gav E_k

Multinomisk fordeling (nytt)

- Generalisering av binomisk fordeling
  - k mulige utfall i hvert enkeltforsøk
  - $k = 2$ gir binomisk fordeling
- Situasjon:
  - *i*) gjentar et forsøk n ganger
  - *ii*) hvert forsøk gir ett av k mulige resultater, $E_1, E_2, \ldots, E_k$
  - *iii*) sannsynligheten for E_1 er p_1, sannsynligheten for E_2 er p_2, ..., sannsynligheten for E_k er p_k i alle forsøk (må ha $p_1 + p_2 + \ldots + p_k = 1$)
  - *iv*) de n forsøkene er uavhengige
- La X_1 være antall forsøk som gav E_1, la X_2 være antall forsøk som gav E_2, ..., la X_k være antall forsøk som gav E_k
- Hva blir simultan punktsannsynlighet for $X_1, X_2, \ldots, X_k$?