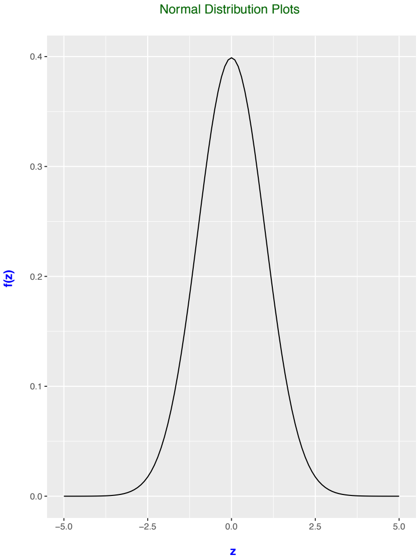
Repetisjon

- Normalfordeling
- Binomisk og normal fordelinger
- Poisson prosess

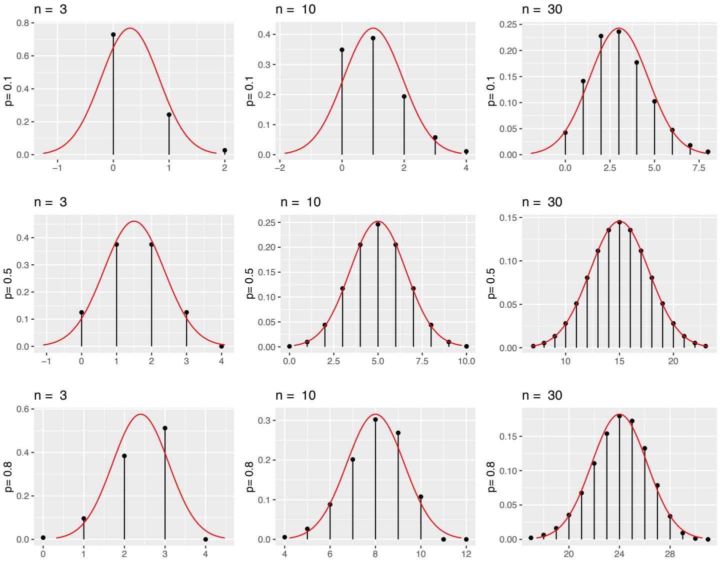
Normal fordeling



$$f(x;\mu,\sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2}$$

- Lokasjon parameter: μ
- Skalering parameter: σ^2
- Lek med fordelinga: (https://seeing-theory.brown.edu)

Normalfordeling som tilnærming til binomisk



Poisson prosess

- Antall hendelser i disjunkte intervaller er uavhengige
- Sannsynlighet for en hendelse i en lite interval er proportional med lengde av interval

$$P(\text{"}X = 1\text{"i intervallet}(t, t + \Delta t)) = \lambda \Delta t + o(\Delta t)$$

- Sannsynlighet for at det er mer enn er hendelse i en lite interval er neglisjerbart

$$P(\text{"}X \geq 2\text{"i intervallet}(t, t + \Delta t)) = o(\Delta t)$$

Den SV X =“antall hendelser i $(0, t)$” har en Poisson fordeling med parameter λ

$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda t}(\lambda t)^x}{x!}$$

Der λ =“Forventet antall hendelser per tids enhet”

Eksponensiell fordeling

- Sannsynlighetsfordeling

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$$

- Kumulativ fordeling

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$$

NB: I boka er $\lambda = 1/\beta$

Planen for idag

- Mer om eksponensiell fordeling
- Forventning, varians
- Gamma fordeling
- Starte med Kap 7 - Funksjoner av stokastiske variabler

Eksempel: Trafikk-kontroll, mobilbruk

Politiet vil aksjonere mot ulovlig mobilbruk i bil, og gjennomfører kontroll ved Lerkendal-rundkjøringen.

- Antar at antall bilførere som blir bøtelagt i løpet av t timer er Poisson-fordelt med intensitet $\lambda = 5$, dvs. med forventning $\lambda t = 5t$.
- Y ="antall hendelser i intervallet $[0; t]$", er Poisson-fordelt

$$p(y; \lambda t) = \frac{e^{-\lambda t}(\lambda t)^y}{y!} \text{ for } y = 0, 1, 2, \ldots$$

hvor λ er gjennomsnittlig antall hendelser per enhet (intervall eller region).

Eksempel: Trafikk-kontroll, mobilbruk

Politiet vil aksjonere mot ulovlig mobilbruk i bil, og gjennomfører kontroll ved Lerkendal-rundkjøringen.

- Antar at antall bilførere som blir bøtelagt i løpet av t timer er Poisson-fordelt med intensitet $\lambda = 5$, dvs. med forventning $\lambda t = 5t$.
- Y ="antall hendelser i intervallet $[0; t]$", er Poisson-fordelt

  $$p(y; \lambda t) = \frac{e^{-\lambda t}(\lambda t)^y}{y!} \text{ for } y = 0, 1, 2, \ldots$$

  hvor λ er gjennomsnittlig antall hendelser per enhet (intervall eller region).
- La X være tid fra kontrollen starter til første bilfører blir bøtelagt.
- X =''tid til første hendelse", er eksponensialfordelt med forventning $\mathrm{E(X)} = 1/\lambda$.

Eksempel: Trafikk-kontroll (forts.)

- Hva er forventet tid til første bøtelegging?
- Hvor sannsynlig er det at første bot blir skrevet ut før det er gått 20 min?
- Dersom ingen er bøtelagt etter 20 min., hva er sannsynligheten for at den første bot ikke blir skrevet ut i løpet av de neste 20 min.?

Funksjoner av stokastiske variabler (Kap 7)

- Funksjon av **en** SV:
  - Vi vet fordeling til X, hva er fordeling til $Y = u(X)$? ($u(\cdot)$ er én-entydig)
- Funksjon av **flere** SV $X_1, \ldots, X_n$ som er u.i.f (uavhengige og identisk fordelt)
  - Hva er fordeling til $\max(X_1, \ldots, X_n)$ og $\min(X_1, \ldots, X_n)$ (ekstremvariabler)?
  - Hva er fordeling til en lineærkombinasjon av $X_1, \ldots, X_n$?

Løsninger

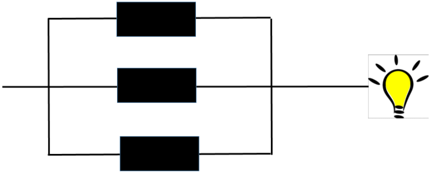
- **Direkte fra kumulativ fordeling** (i dag og neste gang)
  - Transformasjonformler (Kap 7.2: Teorem 7.1 og 7.3) for funksjoner av EN stokastisk variabel
  - Notat om "Ordningsvariabler og ektremvariabler" for flere uavhengige stokastiske variabler
- **Ved å gå i et annen verden (tilsvarende Laplace-transformasjon i Matte 4)** (neste gang)
  - Momentgenerende funksjon (Kap 7.3) for lineærkombinasjoner av flere uavhengige stokastiske variabler

Funksjoner av stokastiske variabler - Eksempel

- Vi vet fordeling av X, hva er fordeling til
  - $Y = aX + b$
  - $Y = X^2$
  - $Y = u(X)$
- Vi har allerede lært å regne $E(Y)$ og $\text{Var}(X)$
- Vi har allerede brukt
  $Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$ når $X \sim N(\mu, \sigma)$

Eksempel

- 1



- 2

Eksempel - Maximum

$$Y = \max(X_1, x_2, \ldots, X_n),\ X_i \sim \exp(\lambda)$$