Repetisjon 4 - Kapittel 2

Utfallsrom: hendelser og operasjoner på hendelser

- **Stokastisk forsøk**: Et eksperiment der resultatet er underlagt tilfeldigheter.
  - **Utfallsrom,** S: Mengden av alle mulige utfall.
  - **Hendelse**: En hendelse A er en delmengde av S.
- Operasjoner på hendelser.
- **Snitt**: $A \cap B = \{e \in S | e \in A \text{ og } e \in B\}$.
- **Union**: $A \cup B = \{e \in S | e \in A \text{ eller } e \in B\}$.
- **Komplement**: $A' = \{e \in S | e \notin A\}$.

Sannsynlighet

Definisjon: Et sannsynlighetsmål P, på et utfallsrom S er et reel funksjon definert på hendelser, slik at:

- $0 \leq P(A) \leq 1 \; \forall A \subseteq S$
- $P(S) = 1$
- Hvis hendelser $A_1, A_2, \ldots$ er parvis disjunkte ($A_i \cap A_j = \emptyset$ for $i \neq j$) så er

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots) = P(\cup_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

Da kalles $[S, P]$ et sannsynlighetsrom.

Kombinatorikk

- En operasjon kan utføres på n_1 måter, og for hver av disse kan en annen operasjon utføres på n_2 måter, og for hver kombinasjon av disse kan en tredje operasjon utføres på n_3 måter, osv. opp til n_k . Da kan de k operasjonene til sammen utføres på

$$n_1 \; n_2 \; \dots n_k$$

måter.

	Med Tilbakelegging	Uten Tilbakelegging
Ordered	n^r	${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ (Permutasjoner)
Uordered		$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ (Combinasjoner)

Sanssynlighet (Regneregler)

- **Sanns for Union**: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- **Betinget sannsynlighet**: for hendelser A og B er:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \text{ hvis } P(A) > 0$$

- **Uavhengige hendelser**: Hendelsene A og B er uavhengige hvis

$$P(A|B) = P(A) \text{ for } P(A) > 0$$

- **Sanns. av snitt**: For to hendelser A og B er:

$$P(A \cap B) = P(A|B)P(B) \text{ for } P(B) > 0$$

- **Uavhengige hendelser (2)**: Hendelsene A og B er uavhengige hvis og bare hvis

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

Partisjon, lov av total sannsynlighet og Bayes teorem

- **Partisjon**: Hendelsene $A_1, A_2, \ldots, A_n$ er en partisjon av S hvis
  - $P(A_i \cap A_j) = \emptyset$ for $i \neq j$
  - $\cup_{i=1}^{n} A_i = S$
- **Teorem**: La $B_1, \ldots, B_n$ være en partisjon av S. La også $P(B_i) >=$ for hver $i = 1, \ldots, n$ da, for hver hendelse A:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A \cap B_i) = \sum_{i=1}^{n} P(A|B_i)P(B_i)$$

- **Bayes Teorem**:
  - Hvis A og B er slik at $P(A) \neq 0$

$$P(B|A) = \frac{P(B|A)P(B)}{P(A)}$$

  - Hvis $B_1, B_2, \ldots, B_k$ er en partisjon av S slik at $P(B_i) \neq 0$, da

$$P(B_i|A) = \frac{P(A|B_i)P(B_i)}{\sum_{i=1}^{k} P(A|B_i)P(B_i)}$$