

Øvingsforelesning TMA4245

Trond Sagerup

31. Januar 2005

Situasjon:

- Spill med programleder og deltaker
- Tre dører:
- Premie bak en av dørene!
- Programlederen vet hvor premien er! (viktig!)



Prosedyre:

- (i) Deltageren velger en av dørene, men åpner den ikke.
- (ii) Programlederen åpner en av de gjenværende dørene hvor han vet det ikke er premie.
- (iii) Deltageren får valget mellom å opprettholde valget eller velge den siste døren.

Spørsmål:

- Spiller det noen rolle, sannsynlighetsmessig, hva deltakeren gjør i (iii) ?

Hint:

- Definer hendelsene:
 - A_i — premie bak dør $i = 1, 2, 3$
 - D_i — deltager velger første gang dør $i = 1, 2, 3$
 - E_i — programleder åpner dør $i = 1, 2, 3$

Du er ute etter:

$$P(A_k | D_i \cap E_j) \quad \forall \quad k, i, j$$

Løsning: Døra til lykke

Notasjon med hendelsene:

- A_i — premie bak dør $i = 1, 2, 3$
- D_i — deltaker velger første gang dør $i = 1, 2, 3$
- E_i — programleder velger dør $i = 1, 2, 3$

Betrakt først:

$$P(D_i) = \frac{1}{3}, \quad i = 1, 2, 3$$

deretter

$$P(A_k | D_i) = P(A_k) = \frac{1}{3}, \quad k = 1, 2, 3.$$

For $i \neq j$ (programleder åpner ikke valgt dør) har en

$$P(E_j | D_i \cap A_k) = \begin{cases} 0 & k = j \\ \frac{1}{2} & k = i; \text{ to mulige } j \\ 1 & k \neq i; k \neq j; \text{ en mulig } j \end{cases}$$

Uttrykket en er ute etter for $i \neq j$ og $k \neq j$:

$$\begin{aligned} & P(A_k | D_i \cap E_j) \\ &= \frac{P(E_j | D_i \cap A_k) \cdot P(A_k | D_i) \cdot P(D_i)}{\sum_k P(E_j | D_i \cap A_k) \cdot P(A_k | D_i) \cdot P(D_i)} \\ &= \frac{\frac{1}{9} \cdot P(E_j | D_i \cap A_k)}{\frac{1}{6}} \\ &= \begin{cases} \frac{1}{3} & k = i & \text{Opprettholder valget i (iii)} \\ \frac{2}{3} & k \neq i & \text{Bytter dør i (iii)} \end{cases} \end{aligned}$$

Svar:

Det er forskjell og deltakeren har dobbel vannersannsynlighet ved å bytte i (iii).