

ANNEN ORDENS LIGNINGER MED KONSTANTE
KOEFFISIENTER OG UBESTEMTE KOEFFISIENTER
METODE

Gitt en annen ordens lineær differensialligning med **konstante koeffisienter**

$$(*) \quad y'' + ay' + by = r(x)$$

med tilhørende **homogen** ligning

$$(**) \quad y'' + ay' + by = 0.$$

Den **karakteristiske ligningen** er

$$(1) \quad \lambda^2 + a\lambda + b = 0.$$

Den **homogene** ligningen $(**)$ løses ved å løse (1):

- 1) Hvis (1) har to **enkle** reelle røtter (dvs. forskjellige reelle røtter) λ_1 og λ_2 , da er generell løsning av $(**)$ gitt ved $y = c_1 e^{\lambda_1 x} + c_2 e^{\lambda_2 x}$.
- 2) Hvis (1) har en **dobbelrot** $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$, da er generell løsning av $(**)$ gitt ved $y = c_1 e^{\lambda x} + c_2 x e^{\lambda x}$.
- 3) Hvis $\lambda_{1,2} = \alpha \pm i\beta$ ($\beta \neq 0$) er **komplekse** røtter av (1), da er generell løsning av $(**)$ gitt ved $y = c_1 e^{\alpha x} \cos \beta x + c_2 e^{\alpha x} \sin \beta x$.

Tabell over formen på en **partikulær løsning** y_p av den **inhomogene** ligningen $(*)$ for **visse** høyresider $r(x)$. (Merk at $n \geq 0$ er et **helt** tall.)

$r(x) \sim$	y_p
a) $x^n e^{cx}$	$x^m (A_0 + A_1 x + \dots + A_n x^n) e^{cx}$ der $m = \begin{cases} 0 & \text{hvis } c \text{ ikke er rot i (1)} \\ 1 & \text{hvis } c \text{ er en enkel rot i (1)} \\ 2 & \text{hvis } c \text{ er en dobbel rot i (1).} \end{cases}$
b) $x^n e^{\alpha x} \cos \beta x$ eller $x^n e^{\alpha x} \sin \beta x$	$x^m [(A_0 + A_1 x + \dots + A_n x^n) e^{\alpha x} \cos \beta x + (B_0 + B_1 x + \dots + B_n x^n) e^{\alpha x} \sin \beta x]$ der $m = \begin{cases} 0 & \text{hvis } \alpha \pm i\beta \text{ ikke er rot i (1)} \\ 1 & \text{hvis } \alpha \pm i\beta \text{ er rot i (1).} \end{cases}$
Hvis $r(x)$ er en sum av ledd som i a) og b), summeres y_p -ene tilsvarende.	

(IH, 18. september 2000)