

## Example page 16 (bottom) in Tyssedal

Variansanalysetabellen blir:

Kjelder	SS	F.G
A	$SS_A = 4\hat{A}^2$	1
B	$SS_B = 4\hat{B}^2$	1
C	$SS_C = 4\hat{C}^2$	1
AB	$SS_{AB} = 4\hat{AB}^2$	1
AC	$SS_{AC} = 4\hat{AC}^2$	1
BC	$SS_{BC} = 4\hat{BC}^2$	1
Blokk	$SS_{blokk}$	3
Feil	$SS_E = SS_T - (SS_A + SS_B + \dots + SS_{blokk})$	6
Total	$SS_T = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$	15

112

## Vasker Blenda egentlig Blenda-hvitt?

### Eksperimentoppsett

Vi klippet opp 16 like store lapper av T-skjorten. 8 av lappene smurte vi inn med sort skokrem (i omtrent jevntykt lag), og på 8 av lappene helte vi sterk kaffe. Da mørkka hadde tørket inn, nummererte vi lappene og randomiserte rekkefølgen på dem. Deretter randomiserte vi rekkefølgen av vaskebehandlingene (se forøvrig tabell 1). Selve vaskingen besto av bløtlegging i et halvt minutt og gnikking på flekken i to minutter.

Tabell 1. Oversikt over de forskjellige faktorene (behandlingsformene) med de tilhørende nivåene.

Faktor	+	-
Mørk	Skokrem	Kaffe
Vaskepulvertype	Blenda Micro	Omo Color
Vaskepulver-konsentrasjon	9 ml per 0,5	3 ml per 0,5
Temperatur	1 vann	1 vann
	60°	40°

113

### **Estimated Effects and Coefficients for respons**

Term	Effect	Coef
Constant		11.063
pulver	-4.625	-2.312
moekk	10.625	5.312
kons	-1.875	-0.937
temp	-2.375	-1.187
pulver*moekk	1.875	0.937
pulver*kons	-2.625	-1.312
pulver*temp	0.875	0.438
moekk*kons	-2.375	-1.187
moekk*temp	3.125	1.563
kons*temp	-0.875	-0.438
pulver*moekk*kons	-0.125	-0.063
pulver*moekk*temp	-2.625	-1.312
pulver*kons*temp	-0.625	-0.312
moekk*kons*temp	-1.375	-0.687
pulver*moekk*kons*temp	-1.125	-0.563

114

### **Analysis of Variance for respons**

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F
P					
Main Effects	4	573.750	573.750	<b>143.437</b>	**
2-Way Interactions	6	109.375	109.375	<b>18.229</b>	**
3-Way Interactions	4	36.750	36.750	9.188	**
4-Way Interactions	1	5.062	5.062	5.062	**
Residual Error	0	0.000	0.000	0.000	
Total	15	724.937			

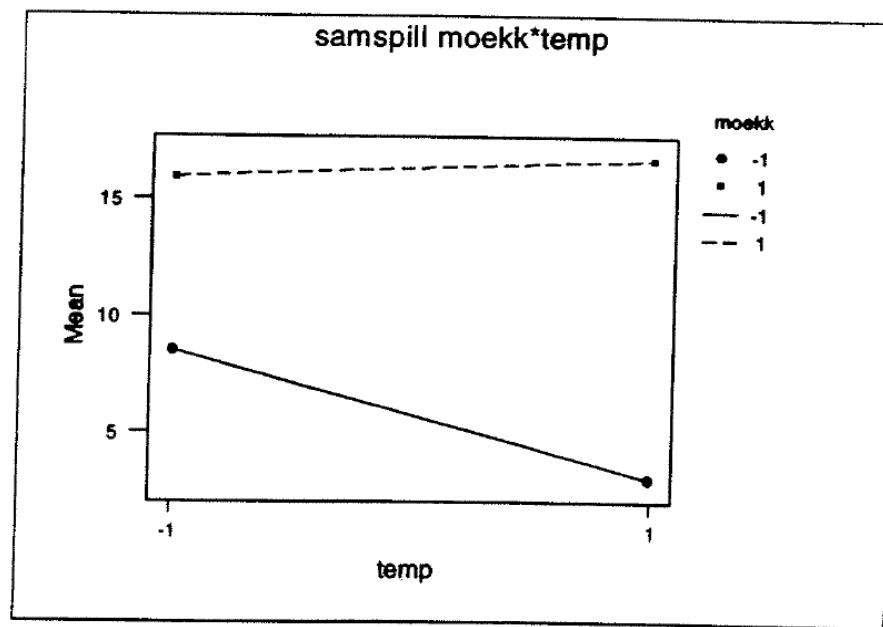
115

Av variansanalysetabellen for responsen ser vi at hovedeffektene og toveis samspillene har absolutt mest å si. Dette kommer også frem av normalplottet over. Vi velger derfor å se på tre- og fire-veis samspill som tilfeldige feil. En ny analyse der vi kun ser på hovedeffekter og toveis samspill blir da:

#### Estimated Effects and Coefficients for respons

Term	Effect	Coef	Std Coef	t-value	P
Constant		11.063	0.7229	15.30	0.000
pulver	<b>-4.625</b>	-2.312	0.7229	-3.20	<b>0.024</b>
moekk	<b>10.625</b>	5.312	0.7229	7.35	<b>0.001</b>
kons	-1.875	-0.937	0.7229	-1.30	0.251
temp	-2.375	-1.187	0.7229	-1.64	0.161
pulver*moekk	1.875	0.937	0.7229	1.30	0.251
pulver*kons	-2.625	-1.312	0.7229	-1.82	0.129
pulver*temp	0.875	0.438	0.7229	0.61	0.571
moekk*kons	-2.375	-1.187	0.7229	-1.64	0.161
moekk*temp	<b>3.125</b>	1.563	0.7229	2.16	<b>0.083</b>
kons*temp	-0.875	-0.438	0.7229	-0.61	0.571

116



I tabellen over har vi merket av det som har mest effekt, altså pulvertype, mørktype og samspillet mellom mørk og temperatur. Siden vi har samspill mellom mørk og temperatur, kan vi ikke se på effekten av mørktypen isolert.

Det at samspillet her er positivt forteller oss at effekten av å gå fra lav til høy temperatur på en kaffeflekk er mer gunstig enn tilsvarende for skokrem. Dette er også naturlig siden alle vasketips går ut på at skokrem skal vaskes på lav temperatur.

117

# Fractional Factorial Designs at Two Levels

## 12.1. REDUNDANCY

Consider a two-level design in seven variables. A complete factorial arrangement requires  $2^7 = 128$  runs. From these runs 128 statistics can be calculated, which estimate the following effects:

average	main effects	interactions					
		2-factor	3-factor	4-factor	5-factor	6-factor	7-factor
1	7	21	35	35	21	7	1

Now the fact that all these effects can be estimated does not imply that they all are of appreciable size. There tends to be a certain hierarchy. In terms of absolute magnitude, main effects tend to be larger than two-factor interactions, which in turn tend to be larger than three-factor interactions, and so on. This fact relates directly to the properties of smoothness and similarity discussed earlier. (In particular, for quantitative variables the main effects and interactions can be associated with the terms of a Taylor series expansion of a response function. Ignoring, say, three-factor interactions corresponds to ignoring terms of third order in the Taylor expansion.)

118

## Fractional Factorial Design

### Reactor Example i BHH kap. 12

Factors: 5      Base Design: 5; 16      Resolution: V  
Runs: 16      Replicates: 1      Fraction: 1/2  
Blocks: 1      Center pts (total): 0

Design Generators: E = ABCD

Defining Relation: I = ABCDE

Alias Structure

I + ABCDE

A + BCDE  
B + ACDE  
C + ABDE  
D + ABCE  
E + ABCD  
AB + CDE  
AC + BDE  
AD + BCE  
AE + BCD  
BC + ADE  
BD + ACE  
BE + ACD  
CD + ABE  
CE + ABD  
DE + ABC

119

# Data Display

Row	A	B	C	D	E	Y
1	-1	-1	-1	-1	1	56
2	1	-1	-1	-1	-1	53
3	-1	1	-1	-1	-1	63
4	1	1	-1	-1	1	65
5	-1	-1	1	-1	-1	53
6	1	-1	1	-1	1	55
7	-1	1	1	-1	1	67
8	1	1	1	-1	-1	61
9	-1	-1	-1	1	-1	69
10	1	-1	-1	1	1	45
11	-1	1	-1	1	1	78
12	1	1	-1	1	-1	93
13	-1	-1	1	1	1	49
14	1	-1	1	1	-1	60
15	-1	1	1	1	-1	95
16	1	1	1	1	1	82

120

## Factorial Fit: Y versus A; B; C; D; E

Estimated Effects and Coefficients for Y (coded units)

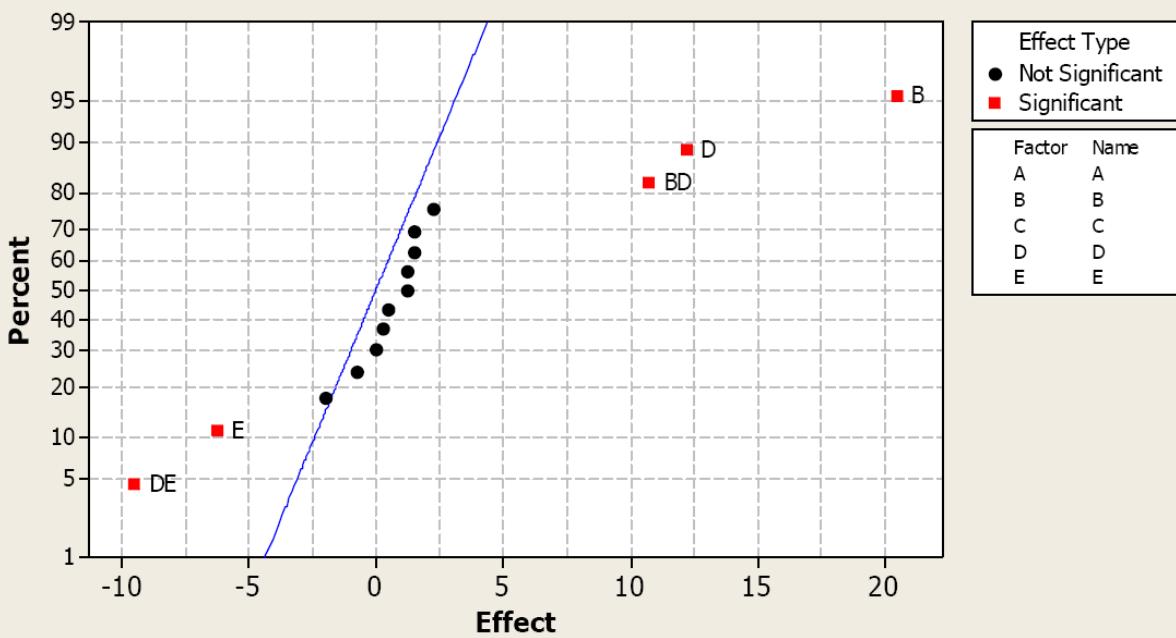
Term	Effect	Coef	"Fasit" fra fullt forsøk
Constant		65,250	65,5
A	-2,000	-1,000	-1,375
B	20,500	10,250	19,5
C	0,000	0,000	-0,625
D	12,250	6,125	10,75
E	-6,250	-3,125	-6,25
A*B	1,500	0,750	1,375
A*C	0,500	0,250	0,75
A*D	-0,750	-0,375	0,875
A*E	1,250	0,625	0,125
B*C	1,500	0,750	0,875
B*D	10,750	5,375	13,25
B*E	1,250	0,625	2,0
C*D	0,250	0,125	2,125
C*E	2,250	1,125	0,875
D*E	-9,500	-4,750	-11,0

S = \*

121

## Normal Probability Plot of the Effects

(response is Y, Alpha = ,05)



122

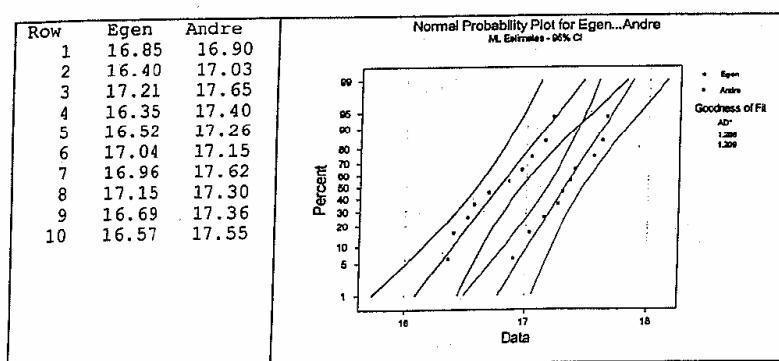
## EKSAMEN I EMNE TMA4260 INDUSTRIELL STATISTIKK

Onsdag 3. desember 2003  
Tid: 09.00 – 14.00

### Oppgave 1

Ei bedrift som produserer og leverer kulelager utfører ein benchmark av kvaliteten på tilsvarande kulelager frå ein annan leverandør. Det er spesielt kulene i kulelageret som er av interesse. Desse er laga i herda stål og bør vere så harde som mogleg. I tillegg ynskjer ein sjølvsagt at variansen i hardleiken til kulene er så liten som mogleg.

Hardleiken vert testa for 10 kuler frå eigen produksjon og 10 kuler frå produksjonen til den andre leverandøren. Data frå undersøkinga og nødvendige utskrifter frå MINITAB er gitt under. Eit innleitande normalplott av data syner at det ikke er grunnlag for å påstå at data kjem frå ei anna fordeling enn normalfordelinga.



a)

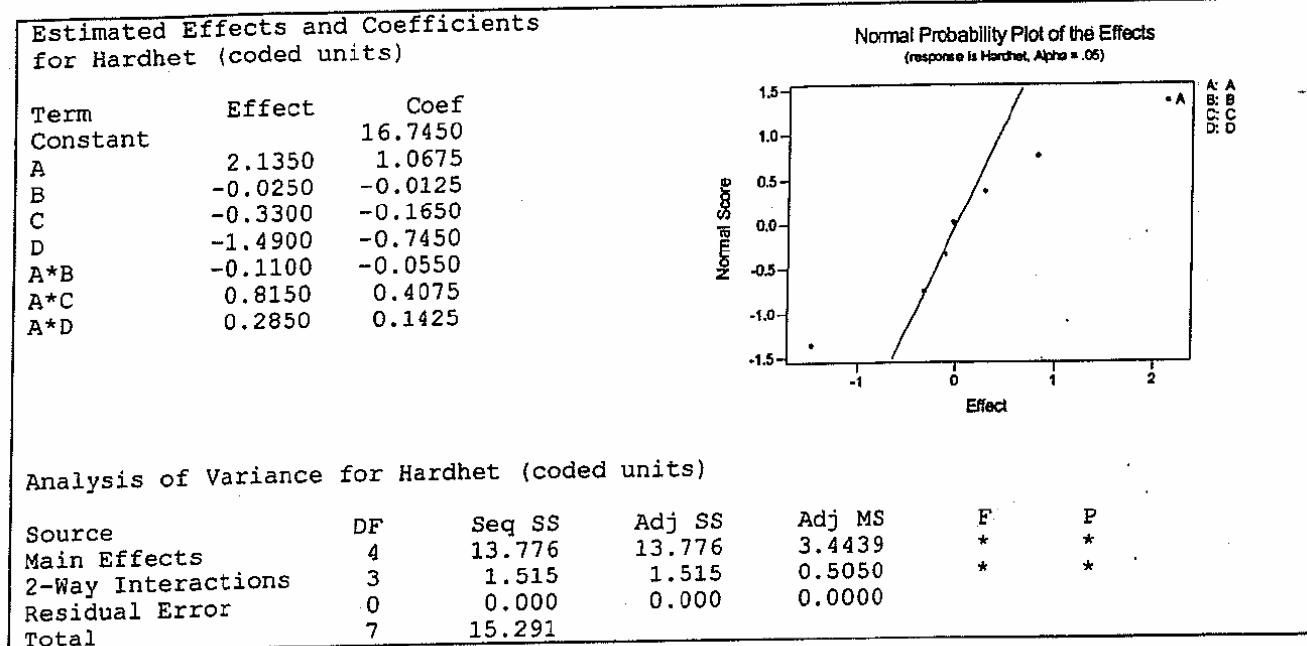
Er variansen i kulenes hardleik frå den andre leverandøren sin produksjon forskjellig frå variansen i kulenes hardleik frå bedrifta sin eigen produksjon? Formuler dette spørsmålet som eit hypotesetestingsproblem. Skriv ned og gjer greie for dei føresetnader som du eventuelt må gjere, set opp uttrykket for testobservator, utfør testen og dra konklusjon. Bruk 5% signifikansnivå.

123

b)

Kva er variansen til estimatorene for hovudeffekten A og samspelet AC?

Gå ut frå at variansen i hardleik for kulene til bedrifa er den same nå som tidlegare. Bruk dei 10 observasjonane frå eigenproduserte kuler i Oppgåve 1 til å undersøke om samspelet AC er signifikant forskjellig frå 0. Bruk 5% signifikansnivå. Kva vert konklusjonen på forsøket så langt?



#### Analysis of Variance for Hardhet (coded units)

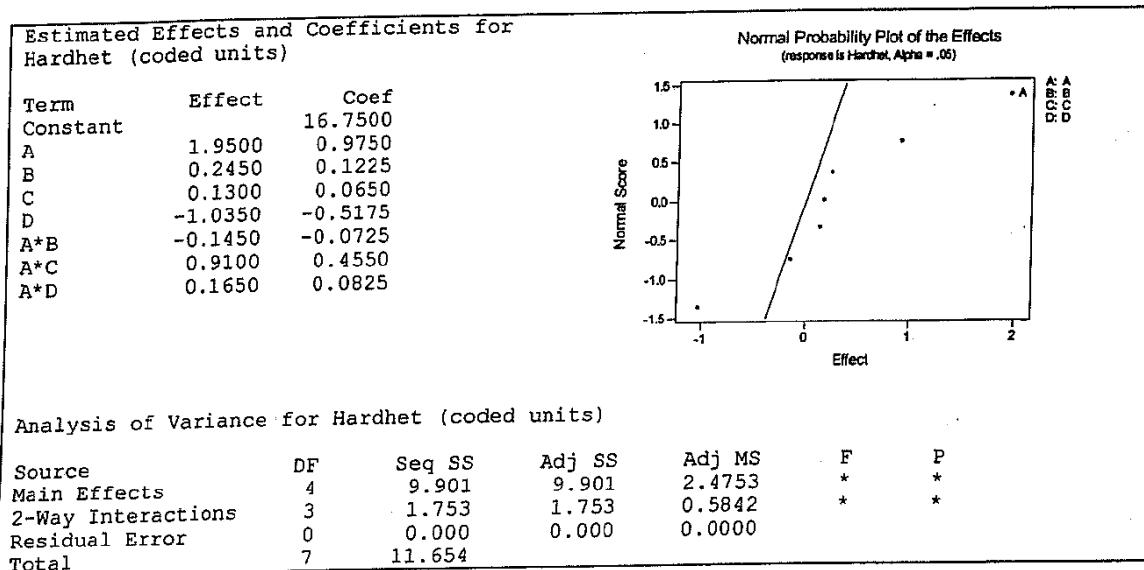
Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Main Effects	4	13.776	13.776	3.4439	*	*
2-Way Interactions	3	1.515	1.515	0.5050	*	*
Residual Error	0	0.000	0.000	0.0000		
Total	7	15.291				

124

c)

Bedrifa er godt nøgd med resultatet frå undersøkinga så langt, og det vert bestemt at ein også skal utføre den andre halvfraksjonen. Den andre halvfraksjonen og resultatet frå forsøket er gitt under.

Row	StdOrder	A	B	C	D	Hardhet
1	1	-1	-1	-1	-1	16.57
2	2	1	-1	-1	1	16.72
3	3	-1	1	-1	1	15.76
4	4	1	1	-1	-1	17.69
5	5	-1	-1	1	1	14.59
6	6	1	-1	1	-1	18.63
7	7	-1	1	1	-1	16.18
8	8	1	1	1	1	17.86



#### Analysis of Variance for Hardhet (coded units)

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Main Effects	4	9.901	9.901	2.4753	*	*
2-Way Interactions	3	1.753	1.753	0.5842	*	*
Residual Error	0	0.000	0.000	0.0000		
Total	7	11.654				

125

Bruk dette til å finne ukonfunderte estimat for hovudeffektane og to-faktor samspele.

Gå ut frå at ein vil estimere variansen til effektane ut frå dei høgare ordens samspele. Forklar korleis ein kan gjere dette, og finn estimatet. Er det fornuftig å ta med fire-faktor samspelet i denne utrekninga? Forklar.

I ettertid spurte ein av operatørane som deltok i forsøket om ein kunne utført den første halvfraksjonen i a) i to blokker. Dette ville i så fall letta utføringa av forsøket vesentleg. Kva ville du svart operatøren ?