Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

TMA4240 Statistikk
Høst 2011

Tavleøving nummer 6

Oppgave 1 Oppgave 7.1 fra læreboka.

Oppgave 2 Oppgave 7.5 fra læreboka.

Oppgave 3 Oppgave 7.12 fra læreboka.

Oppgave 4 Oppgave 7.15 fra læreboka.

Oppgave 5 Oppgave 7.19 fra læreboka.

Oppgave 6 Oppgave 7.23 fra læreboka.

Oppgave 7 Levetid for lyspærer – Eksamen august 2002, Oppgave 3

To typer lyspærer, A og B, har levetider henholdsvis X og Y, der X og Y antas uavhengige. Videre antas at X har sannsynlighetstetthet $f_1(x)$ og Y har sannsynlighetstetthet $f_2(y)$, der

$$f_1(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta_1}\mathrm{e}^{-x/\beta_1}, & \text{for } x \geq 0, \\ 0, & \text{ellers,} \end{cases}$$

og

$$f_2(y) = \begin{cases} \frac{1}{\beta_2}\mathrm{e}^{-y/\beta_2}, & \text{for } y \geq 0, \\ 0 & \text{ellers,} \end{cases}$$

der $\beta_1, \beta_2 > 0$.

a) Vis at forholdet mellom forventet levetid for pære A og forventet levetid for pære B er β_1/β_2.

La $U = X/Y$ være forholdet mellom levetidene og la $V = Y$.

b) Finn simultan sannsynlighetstetthet for U og V.

Vis at marginal sannsynlighetstettheten for U er

$$g(u) = \begin{cases} \frac{\beta_1\beta_2}{(\beta_1+\beta_2 u)^2}, & \text{for } u \geq 0, \\ 0, & \text{ellers.} \end{cases}$$

c) Vis at $\mathrm{E}(U)$ er uendelig.

Oppgave 8 Feil på mobilnett – Eksamen mai 2006, Deler av oppgave 1c)

La $X_1, X_2, \ldots, X_n$ være uavhengige identiske fordelte stokastisk variabler med sannsynlighetstetthet

$$f(x) = \beta x^{-\beta-1}, \qquad x > 1, \beta > 1.$$

Vis at $2\beta \ln(X_i)$ er kjikvadratfordelt med 2 frihetsgrader, og videre at $2\beta \sum_{i=1}^{n} \ln(X_i)$ er kjikvadratfordelt med $2n$ frihetsgrader.

Oppgave 9 Forsikringsselskapet – Eksamen januar 1999, Oppgave 3

Et forsikringsselskap regner med at utbetalingen X etter en industribrann er eksponentialfordelt, slik at sannsynlighetstettheten til X blir

$$f_X(x) = \begin{cases} \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}, & \text{hvis } x > 0, \\ 0, & \text{ellers.} \end{cases}$$

Selskapet er spesielt interessert i de høyeste utbetalingene, fordi de evt. vil reassurere i andre selskap. La X_1 og X_2 være to uavhengige utbetalinger. Finn sannsynlighetstettheten til $V = \max(X_1, X_2)$. Finn $\mathrm{E}(V)$. Sammenlikn med $\mathrm{E}(X)$ og $\mathrm{E}(X)$ og kommenter.