TMA4245 Statistikk
Vår 2011

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Tavleøving nummer 10

Oppgave 1 Oppgave 10.4 fra læreboka.

Oppgave 2 Oppgave 10.9 fra læreboka.

Oppgave 3 Oppgave 10.21 fra læreboka.

Oppgave 4 Oppgave 10.23 fra læreboka.

Oppgave 5 Oppgave 10.25 fra læreboka.

Oppgave 6 Eksamen juni 1999, oppgåve 3 av 3

På ein av vegane inn til Trondheim er UP interessert i å måle effekten av ei holdingskampanje der målet var å få folk til å redusere farten på ei bestemt vegstrekning. På ein dag blei farten på 12 bilar målt. Vi skal gå utifrå at desse målingane er uavhengige og normalfordelte variable med forventing μ og standardavvik σ. Dei tolv observerte fartsmålingane er gitt nedanfor.

x_i:	75	61	85	65	69	82	70	67	62	93	77	74

Det oppgis at $\sum_{i=1}^{12} x_i = 880$ og $\sum_{i=1}^{12}(x_i - \overline{x})^2 = 1034.7$.

a) Forklar kva parameteren μ betyr i denne samanhengen. Skriv opp rimelege estimatorar for μ og σ i denne situasjonen. Kva blir estimata?

b) Forklar kva som meinast med *type 1 feil* når vi utfører ein hypotesetest.

Frå tidlegare undersøkingar har ein at gjennomsnittsfarten (av veldig mange bilar) var på 77 km/t. Tyder resultata frå desse målingane på at forventa fartsnivå på strekninga er lågare enn $77km/t$? Formuler spørsmålet som ein hypotesetest, gjennomfør testinga og gje konklusjonen. Bruk 5% signifikansnivå.

I punkt **c**) kan du gå utifrå at $\sigma = 10km/t$.

c) Forklar kva vi meiner med *type 2 feil* og kva som er samanhengen mellom denne og *styrken* til ein test. Gå utifrå at forventa fart til bilane er gått ned til $74km/t$. Finn sannsynet for at vi i testen i **b**) vil påstå at forventa fart til bilane er blitt lågare enn $77km/t$.

Finn deretter ut kor manga bilar vi må måle farten til for å få ein test som har styrke minst 0.90 når forventa fart $\mu = 74km/t$. Signifikansnivået skal framleis vere 5%.

Oppgave 7 Eksamen mai 2003, oppgave 2 av 3

Produsenten av en bestemt bilmodell hevder at denne modellen kan forventes å kjøre minst 16 km pr. liter bensin på motorvei. Forbrukerorganisasjonen FO tester denne påstanden ved å kjøre et tilfeldig utvalg biler av denne modellen en passende distanse på en representativ motorvei og måle bensinforbruket.

På bakgrunn av erfaringer fra tidligere forsøk av samme type, antar FO at bensinforbruket til en tilfeldig valgt bil av den modellen som testes, kan modelleres med god tilnærmelse som en normalfordelt tilfeldig variabel X med forventningsverdi μ og varians σ^2, dvs. $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. Både forventningsverdien μ og standardavviket σ er i utgangspunktet ukjente størrelser.

Av praktiske grunner begrenser FO størrelsen på det tilfeldige utvalget til $n = 20$ biler. Etter forsøket ble alle målingene analysert, og resulterte i en gjennomsnittsverdi $\bar{x} = 15.56$ og et sample (empirisk) standardavvik $s = 0.94$.

a) Sett opp en hypotesetest for dette forsøket. La produsentens påstand representere nullhypotesen. Hvilken testobservator vil du bruke for å kontrollere hypotesen? Gi en kort begrunnelse for valget ditt. I forhold til et valgt signifikansnivå $\alpha = 0.05$, vil du akseptere produsentens påstand?

b) Finn P-verdien (signifikanssannsynligheten) for testen i punkt a) som svarer til de observerte verdiene.

Hvilken tilnærmelse kan du gjøre for at testobservatoren skal bli normalfordelt? Hvilken P-verdi får du hvis du bruker denne tilnærmelsen?

c) Bestem teststyrken for den alternative hypotesen $\mathrm{H}_1' : \mu = 15.5$ for signifikansnivå $\alpha = 0.05$ ved å bruke den samme normaltilnærmelsen som i punkt b). Gi et forslag til hvordan teststyrken kan økes.

Oppgave 8 Bremselengder — Eksamen desember 1999, oppgave 2 av 5

Bremselengde for bil med to ulike dekktyper skal undersøkes. En bremseprøve utføres ved at man begynner å bremse når bilen kjører i $80km/t$ og bremselengde måles. For dekktype 1 utføres n slike prøver. La $X_1, X_2, \ldots, X_n$ betegne bremselengdene målt i disse prøvene. Helt tilsvarende utføres m bremseprøver for dekktype 2. La $Y_1, Y_2, \ldots, Y_m$ betegne bremselengdene målt her.

Anta at $X_1, X_2, \ldots, X_n, Y_1, Y_2, \ldots, Y_m$ alle er uavhengige og normalfordelt. Anta videre at X_1, X_2, …, X_n har ukjent forventningsverdi μ_1, at Y_1, $Y_2, \ldots, Y_m$ har ukjent forventningsverdi μ_2 og at X_1, $X_2 \ldots, X_n$, Y_1, $Y_2, \ldots, Y_m$ alle har samme kjente varians σ_0^2.

Utled et $(1-\alpha)\cdot 100\%$ konfidensintervall for differansen $\mu_1 - \mu_2$.

Regn også ut intervallet numerisk når $\alpha = 0.05$, $n = m = 10$, $\sigma_0^2 = 2^2$ og observerte bremselengder er som gitt i følgende tabell

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	33.0	30.8	28.0	28.7	28.9	26.6	27.9	28.9	27.8	27.4
y_i	23.4	25.3	25.0	28.9	26.7	25.9	24.4	26.8	28.8	25.5

Det oppgis at $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = 28.80$ og $\bar{y} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} y_i = 26.07$.